Chapitre

Étude analytique de l'espace

Les orientations pédagogiques 1	Capacités attendues
► On déterminera un repère et une base à partir de quatre points non coplanaires ; ► On utilisera la projection sur un plan parallèlement à une droite pour déterminer les coordonnées dun point (sans aborder de manière excessive la notion de projection) ; ► On accordera une importance à l'étude analytique pour étudier les positions relatives de droites et de plans dans lespace.	► Exprimer les notions et les propriétés de la géométrie affine et de la géométrie vectorielle à l'aide des coordonnées ; ► Montrer la colinéarité de deux vecteurs ; ► Montrer la coplanarité de trois vecteurs ; ► Choisir la représentation convenable (cartésienne ou paramétrique) pour étudier les positions relatives de droites et de plans , et pour interpréter les résultats.

Les prés-requis	Les extensions
► Vecteur de l'espace ► Déterminants ► Colinéarité des vecteurs	► Géométrie dans l'espace ► Physique : calculs des grandeurs vectorielles en mécanique et élétricité

Yassine Elamri

I Repérage dans l'espace

Définition

Soient O, I , J et K quatre points non coplanaires.
On pose $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$, $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$ et $\overrightarrow{OK}=\vec{k}$

- Le triplet $\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ est appelé une base de l'espace.
- Le quadruplet $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ est appelé un repère de l'espace.

Remarque

Si $(OI)\perp(OJ)$, $(OJ)\perp(OK)$ et $(OI)\perp(OK)$ et $OI=OJ=OK=1$ alors $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ est un repère orthonormé
Quatre points non coplanaires O, A, B et C déterminent une base de l'espace. Par exemple $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)$ et un repère de l'espace par exemple $\left(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)$

1 Coordonnées d'un point dans un repère - coordonnées d'un vecteur dans une base

Définition

Soit $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ un repère de l'espace.

►Pour tout point M de l'espace, il existe unique triplet $(x;y;z)$ de réels tel que : $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$

►Pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe unique triplet de réels $(x;y;z)$ tel que : $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$

►Le triplet $(x;y;z)$ est appelé triplet de coordonnées du point M dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

►x est l'abscisse du point M , y est l'ordonnée du point M , z est la côte du point M , et on écrit : $M(x;y;z)$ ou $\overrightarrow{OM}(x;y;z)$.

►Le triplet $(x;y;z)$ est appelé triplet de coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ et on note $\vec{u}(x;y;z)$

• Exemple

$M(1;-3;4)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$
$N(-2;2;5)\Leftrightarrow\overrightarrow{ON}=-2\vec{i}+2\vec{j}+5\vec{k}$
$\vec{u}(1;3;-2)\Leftrightarrow\vec{u}=\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Application

1 Construire le point $A(1;-1;1)$ (ou encore $\overrightarrow{OA}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$)

2 Construire le vecteur $\vec{u}(2;1;1)$ (ou encore $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$)

Propriété

Soient $\vec{u}(x;y;z)$ et $\vec{v}(x';y';z')$ deux vecteurs dans une base $\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ de V_3 .

- Les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ sont $(x+x';y+y';z+z')$
- Pour tout réel α , les coordonnées du vecteur $\alpha\vec{u}$ sont $(\alpha x;\alpha y;\alpha z)$

Soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$ deux points dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

- Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$
- Les coordonnées du point I le milieu de $[AB]$ sont $I\left(\frac{x_B+x_A}{2};\frac{y_B+y_A}{2};\frac{z_B+z_A}{2}\right)$
- La distance $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

• Exemple

Soit $A(1;-3;5)$ et $B(-2;2;1)$ deux points dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

►Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{AB}(-2-1;2-(-3);1-5)=\overrightarrow{AB}(-3;5;-4)$

►le milieu de $[AB]$ est $I\left(\frac{1+(-2)}{2};\frac{-3+2}{2};\frac{5+1}{2}\right)$ Donc $I\left(\frac{-1}{2};\frac{-1}{2};3\right)$

Soit $\vec{u}(1;1;1)$ et $\vec{v}(2;-1;3)$ deux vecteurs dans une base $\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

►$(\vec{u}+\vec{v})(1+2;1+(-1);1+3)=(\vec{u}+\vec{v})(3;0;4)=3\vec{i}+4\vec{k}$

►$\vec{t}(4;-2;6)=2\times(2;-1;3)=2\vec{v}$

Application

On considère dans l'espace rapporté au repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ le point $M(1;-2;3)$ et les vecteurs $\overrightarrow{OK}=3\vec{k}$ et $\overrightarrow{OM'}=\vec{i}-2\vec{j}$ et A est le milieu des segment $[KM]$

1 Déterminer les coordonnées des points O , K , M' et A

2 Donner les coordonnées du vecteur $-2\overrightarrow{KM}$

3 Montrer OKMM' est un parallélogramme

Application

Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle

1 Vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ forment une base de V_3

2 Déterminer les coordonnées de vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $-3\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}$ dans la base $\left(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EH}\right)$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

II Vecteurs coplanaires

1 Condition de la colinéarité de deux vecteurs

Propriété

Soient $\vec{u}(x;y;z)$ et $\vec{v}(x';y';z')$ deux vecteurs de l'espace rapporté au repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à il existe α de $\mathbb{R}$ tel que $\vec{u}=\alpha\vec{v}$ (condition géométrique).
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $xy'-x'y=0$, $xz'-x'z=0$ et $yz'-y'z=0$ (condition analytique).
- Les déterminants suivants : $\Delta_x=\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}=yz'-y'z$ et $\Delta_y=\begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix}=xz'-x'z$ et $\Delta_z=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$ s'appellent les déterminants extraites de $\vec{u}$ et $\vec{v}$
  $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à $\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$

• Exemple

On étudie la colinéarité de $\vec{u}(1;2;3)$ et $\vec{v}(1;2;1)$

On a $\Delta_x=\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}=2\times1-2\times3=-3\neq0$ d'où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires

2 Déterminant de trois vecteurs

Définition (Autre définition)

Soient $\vec{u}(x;y;z)$, $\vec{v}(x';y';z')$ et $\vec{w}(x'';y'';z'')$ trois vecteurs de l'espace rapporté au repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. Le nombre $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}=x\begin{vmatrix} y' & y'' \\ z' & z'' \end{vmatrix}-y\begin{vmatrix} x' & x'' \\ z' & z'' \end{vmatrix}+z\begin{vmatrix} x' & x'' \\ y' & y'' \end{vmatrix}$

$$x(y'z''-y''z')-y(x'z''-x''z')+z(x'y''-x''y')$$

Est appelé déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans cet ordre

• Exemple

Calculer $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ tels que $\vec{u}(1;2;3)$, $\vec{v}(-2;4;0)$ et $\vec{w}(0;1;0)$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

$1(4\times 0 - 1\times 0) - 2(-2\times 0 - 0\times 0) + 3(-2\times 1 - 0\times 4) = -6$

3 Trois vecteurs coplanaires

T Théorème

Soient $\vec{u}(x;y;z)$, $\vec{v}(x';y';z')$ et $\vec{w}(x'';y'';z'')$ trois vecteurs de l'espace rapporté au repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.
Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = 0$

Application

Soient $\vec{u_1}((-1;-2;0)$, $\vec{u_2}((3;5;-1)$, $\vec{u_3}((-5;-5;5)$ et $\vec{u_4}((0;-1;2)$ quatre vecteurs de V_3

1. Montrer que les vecteurs $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$ et $\vec{u_3}$ sont coplanaires.
2. Montrer que les vecteurs $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$ et $\vec{u_4}$ sont non coplanaires.

III Droites dans l'espace

Dans tout ce qui suit, l'espace est muni dun repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

1 Représentation paramétrique d'une droite

Soit (D) une droite passant par un point $A(x_A;y_A;z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(a;b;c)$.
►Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace , on a :

$$M\in(D) \Leftrightarrow (\exists t\in\mathbb{R})\ \overrightarrow{AM} = t\,\vec{u} \Leftrightarrow (\exists t\in\mathbb{R})\begin{cases} x-x_A = at \\ y-y_A = bt \\ z-z_A = ct \end{cases} \Leftrightarrow (\exists t\in\mathbb{R})\begin{cases} x = x_A+at \\ y = y_A+bt \\ z = z_A+ct \end{cases}$$

T Théorème

Soit $A(x_A;y_A;z_A)$ un point de l'espace et $\vec{u}(a;b;c)$ un vecteur de V_3 La droite (D) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ admet un système d'équations, appelé représentation paramétrique, de la forme $:(D)$: $\begin{cases} x = x_A+at \\ y = y_A+bt \\ z = z_A+ct \end{cases} /t\in\mathbb{R}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+t \\ z = 3-t \end{cases} /t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite $D(A, \vec{u})$ où $A(1;2;3)$ et $\vec{u}(2;1;-1)$

Application

Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par les deux points $A(1;2;0)$ et $B(-1;1;3)$

Remarque

►Pour chaque valeur du paramètre t on obtient un point et un seul et la réciproque est vraie

►représentation paramétrique de la droite $D(A, \vec{u})$ n'est pas unique , on peut remplacer (x_0, y_0, z_0) par (x_1, y_1, z_1) coordonnées de point B à condition que $B \in D(A, \vec{u})$

2 Deux équations cartésiennes d'une droite

Définition (Autre définition)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de l'espace et $\vec{u}(a;b;c)$ un vecteur de V_3 . La droite (D) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ admet un système de deux équations cartésiennes de la forme :

- Si $abc \neq 0$ On a $\dfrac{x-x_A}{a} = \dfrac{y-y_A}{b} = \dfrac{z-z_A}{c}$
- si $a = 0$ et $bc \neq 0$ On a $\begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{b} = \dfrac{z-z_A}{c} \end{cases}$
- Si $a = 0$ et $b = 0$ On a $\begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$

• Exemple

►Soit (D) la droite passant par le point $A(1;2;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;2;3)$

On a : $M(x;y;z) \in D(A;\vec{u}) \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{3}$

Donc $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} \\ \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-1) = y-2 \\ 3(y-2) = 2(z+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y = 0 \\ 3y-2z-8 = 0 \end{cases}$ Sont deux équations cartésiennes de la droite (D)

►Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1;2;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(1;0;1)$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a : $M(x;y;z) \in \Delta(A;\vec{v}) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{z+1}{1} \\ y = y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = z+1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-z-2 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ Sont deux équations cartésiennes de la droite (Δ)

Application

1 Déterminer deux équations cartésiennes de la droite (Δ) passant par le point $A(1;\frac{1}{2};-3)$ dirigée par le vecteur $\vec{u}(-3;4;5)$

2 Soit (D) une droite définie par ses deux équations cartésiennes suivantes
$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-6}{3}$

a Déterminer un vecteur directeur de la droite (D) et un point de (D)

b Déduire une représentation paramétrique de la droite (D)

IV Plans dans l'espace

1 Représentation paramétrique dun plan

Activité

On considère les points $A(1;2;3)$, $B(-1;3;1)$ et $C(3;3;-1)$.

1 Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2 Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace.

Montrer que $M \in (ABC) \Leftrightarrow (\exists (t,t') \in \mathbb{R}^2 : \begin{cases} x = 1-2t+2t' \\ y = 2+t+t' \\ z = 3-2t-4t' \end{cases}$ le système est une représentation paramétrique du plan (ABC).

3 En déduire que $M \in (ABC) \Leftrightarrow x+6y+2z-19 = 0$

L'équation $x+6y+2z-19 = 0$ est appelé une équation cartésienne du plan (ABC).

Définition

Soit $A(x_A;y_A;z_A)$ un point de l'espace $\vec{u}(a;b;c)$ et $\vec{v}(a';b';c')$ deux vecteurs non colinéaires.

Le système $\begin{cases} x = x_A + at + a't' \\ y = y_A + bt + b't' \\ z = z_A + ct + c't' \end{cases}$ est appelé une représentation paramétrique du plan $P(A,\vec{u},\vec{v})$ passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

Déterminer une représentation paramétrique du plan $P(A,\vec{u},\vec{v})$ tels que $A(1;-2;3)$ un point de lespace $\vec{u}(1;1;3)$ et $\vec{v}(2;2;-3)$

Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace. $M \in P \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+t+2t' \\ y = -2+t+2t' \\ z = 3+3t-3t' \end{cases} \quad /\exists (t,t') \in \mathbb{R}^2$

2 Equation cartésienne d'un plan

Définition

Soit $A(x_A;y_A;z_A)$ un point de l'espace $\vec{u}(\alpha;\beta;\gamma)$ et $\vec{v}(\alpha';\beta';\gamma')$ deux vecteurs non colinéaires.
Le plan (P) passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ a une équation cartésienne de la forme :
$ax+by+cz+d=0$ où $a=\begin{vmatrix}\beta & \beta' \\ \gamma & \gamma'\end{vmatrix}$ et $b=\begin{vmatrix}\alpha & \alpha' \\ \gamma & \gamma'\end{vmatrix}$ et $c=\begin{vmatrix}\alpha & \alpha' \\ \beta & \beta'\end{vmatrix}$ et $d=-(ax_A+by_A+cz_A)$
L'ensemble des points $M(x;y;z)$ de l'espace tels que $ax+by+cz+d=0$,où $(a;b;c)\neq(0;0;0)$, est un plan de l'espace.

• Exemple

Déterminer une équation cartésienne du plan P qui passe par le point $A(-1;2;1)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(1;2;-1)$ et $\vec{v}(-1;-1;3)$
$M(x;y;z)\in P \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM};\vec{u};\vec{v})=0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 1 & -1 \\ y-2 & 2 & -1 \\ z-1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (x+1)\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - (y-2)\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} + (z-1)\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1)-2(y-2)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 4x-2y+z+7=0$$

Donc $4x-2y+z+7=0$ est une équation cartésienne du plan P

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

V Positions relatives de droites et plans

1 Position relatives de deux droites

Propriété

Soient $(A;\vec{u})$ et $\Delta(B;\vec{v})$ deux droites de l'espace.

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et $B\in(D)$ ou $A\in(\Delta)$ alors (D) et (Δ) sont confondues.
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et $B\notin(D)$ ou $A\notin(\Delta)$ alors (D) et (Δ) sont strictement parallèles.
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires et $\det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u};\vec{v}\right)=0$ alors (D) et (Δ) sont sécantes en un point.
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires et $\det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u};\vec{v}\right)\neq 0$ alors (D) et (Δ) ne sont pas coplanaires.

Application

Etudier la position relative des droites (D) et (Δ) dans chacun des cas suivants :

- $D(A(1;0;3);\vec{u}(1;2;-1))$ et $\Delta(B(-1;0;0);\vec{v}(-1;1;5))$
- $(D)\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases}/t\in\mathbb{R}$ et $(\Delta)\begin{cases}x=-1-2t'\\y=4+3t'\\z=-3+t'\end{cases}/t'\in\mathbb{R}$

2 Position relatives de deux plans

Propriété

Soient $P(A;\vec{u};\vec{v})$ et $Q(B;\overrightarrow{u'};\overrightarrow{v'})$ deux plans de l'espace.
Les plans (P) et (Q) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\overrightarrow{u'}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires, ou encore : $\det(\vec{u},\vec{v},\overrightarrow{u'})=0$ et $\det(\vec{u},\vec{v},\overrightarrow{v'})=0$
Si et $B\in(P)$ ou $A\in(Q)$ alors (P) et (Q) sont confondues.

Remarque

Si les plans (P) et (Q) sont sécants, alors leur intersection est une droite.

Application

1. Étudier la position relatives des plans (P) et (Q) des équation respectives $-2x+2y-4z-1=0$ et $x-y+2z=0$.
2. On considère les deux plans (P) : $x-y+2z+1=0$ et (Q) : $x-4y+3y=0$
   a. Prouver que les plans (P) et (Q) sont sécants.

Yassine Flani

Today better than yesterday, tomorrow better than today

b Déterminer une représentation paramétrique de la droite de leur intersection.

3 Positions relatives d'une droite et un plan

Propriété

Soient $D(A;\vec{w})$ une droite et $P(A;\vec{u};\vec{v})$ un plan de l'espace.

- Si $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=0$ et $A\in(P)$ alors $(D)\subset(P)$
- Si $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=0$ et $A\notin(P)$ alors (D) est strictement parallèle à (P)
- Si $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})\neq 0$ alors (D) perce le plan (P)

Propriété

Soit (D) une droite de vecteur directeur $\vec{u}(\alpha;\beta;\gamma)$ et (P) un plan d'équation $ax+by+cz+d=0$, où $(a;b;c)\neq 0$ de l espace.
La droite (D) est parallèle au plan(P) si et seulement si $a\alpha+b\beta+c\gamma=0$

• Exemple

Soit (P) le plan défini par l'équation cartésienne : $x+y-z+1=0$ et (D) la droite définie par la représentation paramétrique $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}/t\in\mathbb{R}$ Pour étudier l'intersection de (D) et (P) on résout le système : (S) : $\begin{cases}x+y-z+1=0\\x=1+t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}/t\in\mathbb{R}$ on remplace respectivement x , y et z par $1+t$, $1-t$ et $2+t$ dans l'équation 1 et on obtient $1+t+1-t-2-t+1=0$ D'oú $t=1$ Alors $x=2$,$y=0$ et $z=1$
Donc (D) perce le plan (P) au point $M(2;0;3)$

Application

1 Etudier la position relative de la droite (D) et le plan (P) dans les cas suivants

$(D):\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}/t\in\mathbb{R}$ et $(P):2x-3y+z-4=0$

$D(A;\vec{w}(1;2;-1))$ une droite et $P(A(2;0;1);\vec{u}(3;4;-2);\vec{v}(0;1;4))$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today