Représentation graphique d'une fonction numérique

Exercice

1. Étudier la nature des branches infinies des graphes des fonctions suivantes :
   a. $f(x)=\dfrac{3-2x^2}{(1+x)^2}$
   b. $g(x)=2x-\sqrt{x}$.
2. On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^3+x^2$. Étudier la concavité de la courbe (C_f) puis déterminer les points d'inflexions de (C_f) s'ils existent.
3. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{12}x^4-2x^2+x+\dfrac{2}{3}$. Étudier la convexité de (C_f) en précisant les points d'inflexions.

Exercice

1. On considère la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^2+6x+5}$. Montrons que la droite D d'équation $x=-3$ est un axe de symétrie de la courbe (C_f).
2. On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$. Montrons que $\Omega(-2,3)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f).

Exercice

Soit f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3-3x^2+2$.

1. Étudier les branches infinies de (C_f).
2. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f.
3. Étudier la convexité (C_f), en précisant les point d'inflexions.
4. Montrer que le point $A\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ est le centre de symétrie de (C_f).
5. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé.

Exercice

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\dfrac{3x^4+1}{3x^3}$.

Yassine Elamri

1. Étudier la parité de la fonction f et déduire D_E le domaine d'étude de la fonction f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, puis interpréter le résultat géométriquement.
3. a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis montrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est un asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
   b. Étudier la position relative de (C_f) et la droite (D) sur D_E.
4. a. Calculer la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.
   b. Donner le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.
5. Tracer (C_f) la courbe représentant la fonction f.
6. Considérons la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{3x^4+1}{3|x^3|}$.
   a. Étudier la parité de la fonction g.
   b. Tracer (C_g) la courbe de g en justifiant votre réponse.

Exercice

f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^3+1} \text{ si } x\geq 1 \\ f(x)=x-1+2\sqrt{1-x} \text{ si } x<1 \end{cases}$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement.
2. a. Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.
   b. Étudier les branches infinies de (C_f) au voisinage de $-\infty$.
3. a. Étudier la dérivabilité de f à droite de 1 puis interpréter les résultats géométriquement.
   b. Étudier la dérivabilité de f à gauche de 1 puis interpréter les résultats géométriquement.
4. a. Montrer que f est strictement croissante sur $[1;+\infty[$.
   b. Monter que $(\forall x\in]-\infty;1[) : f'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x}(1+\sqrt{1-x})}$.
   c. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
5. Résoudre l'équation $f(x)=0$ dans $]-\infty;1[$, puis interpréter le résultat géométriquement.
6. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice

f est une fonction telle que : $f(x) = x - \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$.

1. Vérifier que $D_f =]2;+\infty[$.
2. a. Calculer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement.
   b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis montrer que la droite $(\Delta) : y = x$ est asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
   c. Déterminer la position de (C_f) et (Δ).
3. a. Montrer que $(\forall x \in]2;+\infty[) ; f'(x) = 1 + \dfrac{1}{2(\sqrt{x-2})^3}$.
   b. Dresser la table de variations de f.
4. Calculer $f(3)$ puis tracer (Δ) et (C_f).

Exercice

$A)-$ Soit g une fonction telle que $g(x) = 6x - 8x\sqrt{x} - \dfrac{1}{2}$.

1. Déterminer D_g et Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$.
3. Dresser le tableau de variation de g.
4. Montrer que $(\forall x \in [0;+\infty[) ; g(x) \leq 0$

$B)-$ Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = (4x-1)\sqrt{x} - 4x^2 + 1$.

1. a. Étudier la dérivabilité de f à droite 0.
   b. Interpréter le résultat géométriquement.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter les résultats.
3. a. Montrer que $(\forall x \in]0;+\infty[) ; f'(x) = \dfrac{g(x)}{\sqrt{x}}$.
   b. Dresser le tableau de variation de f.
4. Calculer $f(1)$ et tracer (C_f).

Exercice

Soit f une fonction telle que : $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x} - \sqrt{x^2+x}$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1. Déterminer D_f et Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement.
3. Montrer que la droite $(\Delta): x=-\dfrac{1}{2}$ et un axe de symétrie de (C_f) et déduire D_E.
4. a. Montrer que pour tout x dans $]0;+\infty[$; $f'(x)=-(2x+1)\left(\dfrac{1}{(x^2+x)^2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+x}}\right)$.
   b. Dresser le tableau de variation de f sur D_E.
5. Étudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
6. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation $f(x)=0$.
7. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé.

Exercice

1. f une fonction définie sur $I=\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=\dfrac{\cos(x)}{1+\sin(x)}$.
   a. Montrer que : $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(\frac{3\pi}{2})^-} f(x)$.
   b. Interpréter les résultats géométriquement.
2. a. Montrer f est dérivable sur I et que $(\forall x\in I)\,;\, f'(x)=\dfrac{-1}{1+\sin(x)}$.
   b. Dresser le tableau de variations de f sur $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[$.
   c. Déterminer l'équation de la tangente (T) en 0 et de la tangente (T') en $\dfrac{\pi}{2}$.
3. Montrer que $A\left(\dfrac{\pi}{2};0\right)$ est un point d'inflexion de (C_f).
4. Montrer que $A\left(\dfrac{\pi}{2};0\right)$ est centre symétrie de (C_f).
5. Tracer (T) et (C_f) dans un repère orthonormé.

Yasine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today