Les droites remarquables dans un triangle

I Médiatrice d'un segment

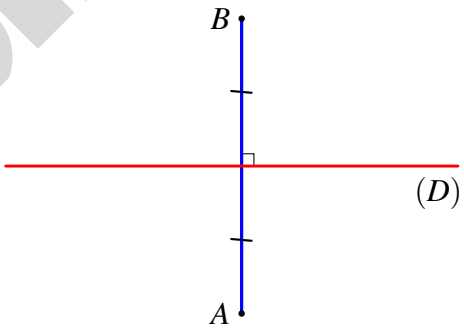
Activité

1. Tracer un segment $[AB]$
2. Construire un triangle AMB isocèle en M
3. **Sur la même figure**, construire 4 autres triangles AM_1B, AM_2B, AM_3B et AM_4B isocèles en M_1, M_2, M_3 et M_4
4. Que peut-on dire des points M_1, M_2, M_3 et M_4 ?
5. Tracer la droite passant par la série des points M_i. Appelle-la (d)
6. Que peut-on dire de cette droite (d) par rapport au segment $[AB]$?
   ✸ (d) semble ..... au segment $[AB]$
   ✸ (d) semble passe par ..... du segment $[AB]$
7. Cette droite est la ***médiatrice*** du segment $[AB]$
   Essaie de donner une définition de la médiatrice d'un segment à partir de tes réponses à la question 6

Définition

La médiatrice d'un segment, est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu

Exemple



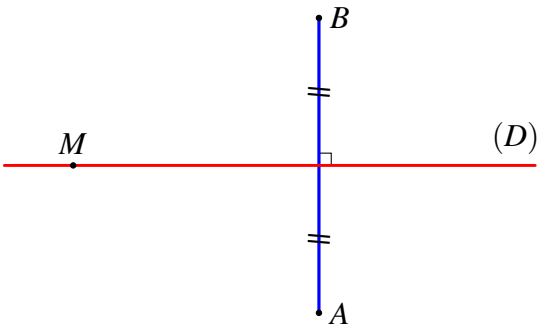
La droite (D) est la médiatrice du segment $[AB]$

Propriété

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment

Yassine Elami

Exemple

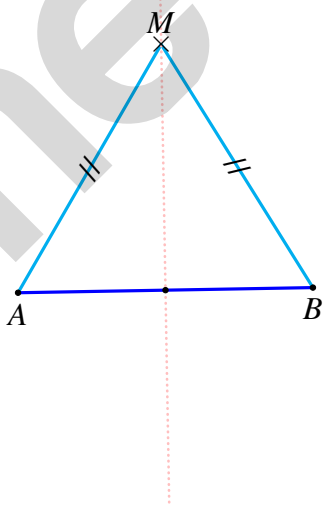


La droite (D) est la médiatrice du segment $[AB]$ et $M \in (D)$, alors : $MA = MB$

Propriété

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment

Exemple



On a : $MA = MB$
Donc le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$

Application

On considère le segment $[EF]$, tel que : $EF = 5cm$

1. Construire D la médiatrice du segment $[EF]$
2. Soit un point G appartenant à la droite (D)
   Déterminer la nature du triangle GEF. Justifier ta réponse

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

II Médiatrices d'un triangle

Activité

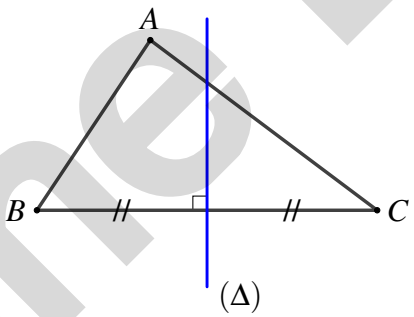
Tracer un triangle PQR dont les côtés ont pour longueurs $12cm$, $9cm$ et $10cm$

1. Construire (D_1) la médiatrice de $[PQ]$
2. Construire (D_1) la médiatrice de $[PR]$
3. Soit O le point d'inteersection des droites (D_1) et (D_2)
   - a. Montrer que : $OP = OQ = OR$
   - b. Le cercle de centre O passant par P passe aussi par Q et R
   - c. Le point O appartient à la médiatrice de $[RQ]$

Définition

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de ses côtés

• Exemple



Soit ABC un triangle
La droite (Δ) est la médiatrice du côté $[BC]$
On appelle (Δ) une médiatrice du triangle ABC

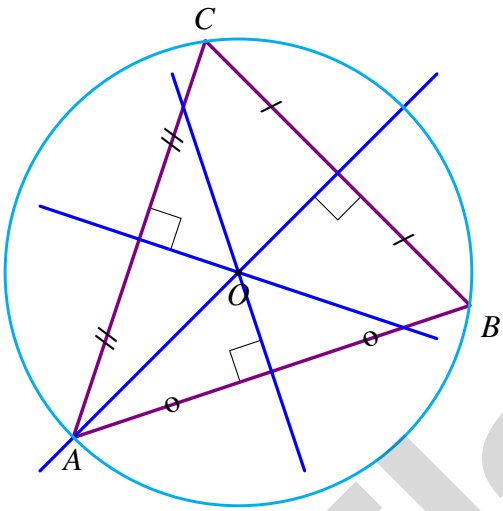
Propriété

✸ Les médiatrices des trois côtés d'un triangle se coupent en un seul point, on dit qu'elles sont concourantes
✸ Ce point est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle, ce cercle est le cercle circonscrit au triangle

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

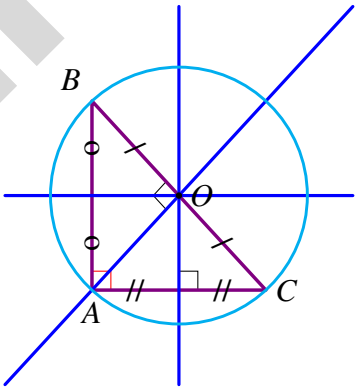


Les médiatrices du triangle ABC sont concourantes au point O
Ce point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Remarque

Le centre du cercle circonscrit à un triangle peut être à l'intérieur du triangle, à l'exterieur du triangle, ou sur l'un des côtés

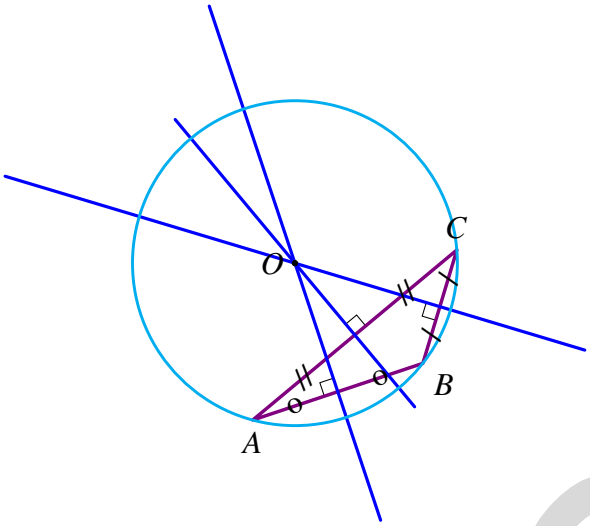
➪ ***Cas*** ① ***:*** A l'éxterieur du triangle
Si l'un des angles est un angle obtus



➪ ***Cas*** ② ***:*** Sur l'un des côtés du triangle
Si l'un des angles est un angle droit

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

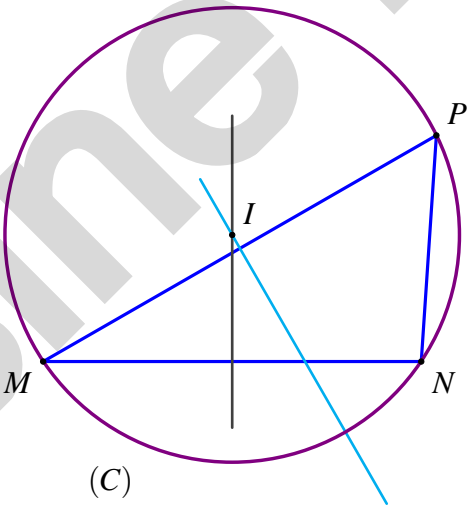


Application

Soit MNP un triangle tel que : $MN = 5cm$, $MP = 6cm$ et $NP = 3cm$

1. Construire le triangle MNP
2. Construire le cercle circonscrit au triangle MNP

Solution



III Hauteurs d'un triangle

Activité

1. Construire un triangle ABC tel que $AB = 6cm$, $BC = 8cm$ et $AC = 12cm$
2. Dans un triangle ABC, on dit que (AT) est une hauteur du treiangle ABC issue du point A si $T \in [BC]$ et (AT) est perpendiculaire à (BC) (cette droite passe donc par le sommet A du triangle ABC)
   Construire la hauteur issue de A et la hauteru issue de B. On note H le point d'intersection

Yassine Elamri

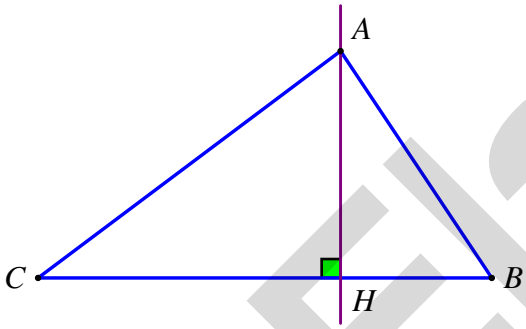
Today better than yesterday, tomorrow better than today

3 Que peut-on conjecturer pour la droite (CH)

Définition

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par l'un des sommets de ce triangle, et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet

Exemple

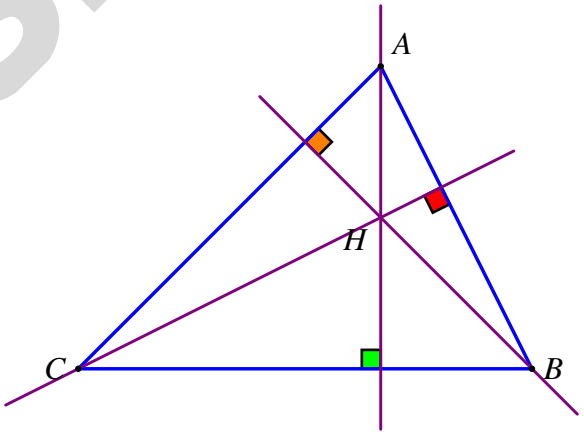


✷ La droite (AH) est la hauteur du triangle ABC
✷ La droite (AH) est la hauteur issue du sommet A

Propriété

☆ Les hauteurs d'un triangle se coupent en un seul point, on dit qu'elles sont concourantes
☆ Ce point s'appelle l'orthocentre du triangle

Exemple



Le point H est l'orthocentre du triangle ABC

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

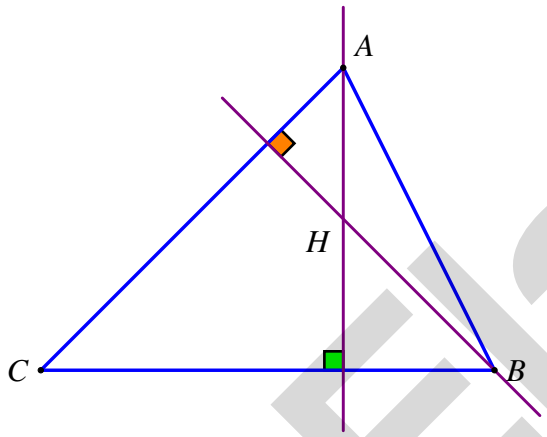
Application

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 5cm$, $AC = 6cm$ et $BC = 3cm$

1 Construire le triangle ABC

2 Construire l'orthocentre du triangle ABC

Solution



IV Bissectrice d'un angle

Activité

1 a Construire un angle AOC

b Construire le point B symétrique du point A par rapport à la droite (OC)

c Déduire que : $\widehat{BOC} = \widehat{AOC}$

On dit que la demi-droite $[OC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$

2 Soit $ABCD$ un losange

Vérifier que $[AC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$

Activité

❶ Sur une feuille blanche, tracer un angle $\widehat{ABC}$

❷ Plier cette feuille de façon à faire apparaitre d'axe de symétrie de l'angle $\widehat{ABC}$. Repasser-le en couleur, puis placer un point D sur cet axe

❸ Cet axe fait apparaitre deux nouveaux angles . Nommer-les

❹ Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifier

Comment s'appelle la demi droite $[BD)$

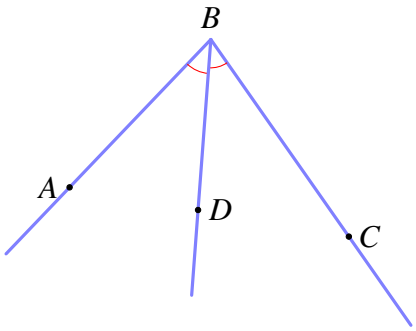
Définition

La bissectrice d'un angle, est la demi-droite issue du sommet de cet angle et qui le partage en deux angles égaux (de même mesure)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple



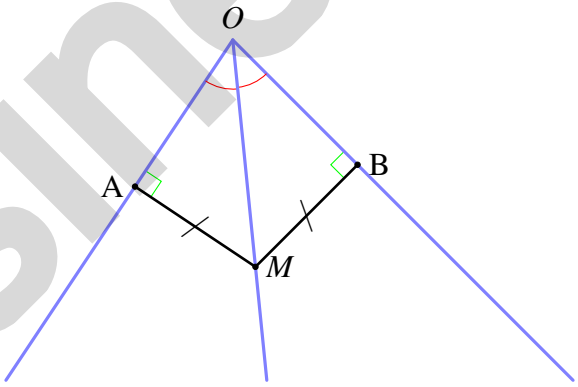
✶ Le demi-droite $[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$
✶ Les deux angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{CBD}$ sont égaux et on écrit : $\widehat{ABD} = \widehat{CBD}$

➪ ***Propriété caractéristique de la bissectrice d'un angle :***

Propriété

Si un point M appartient à la bissectrice d'un angle, alors M est à égale distance (équidistant) des côtés de cet angle

• Exemple



Le point M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, donc $MA = MB$

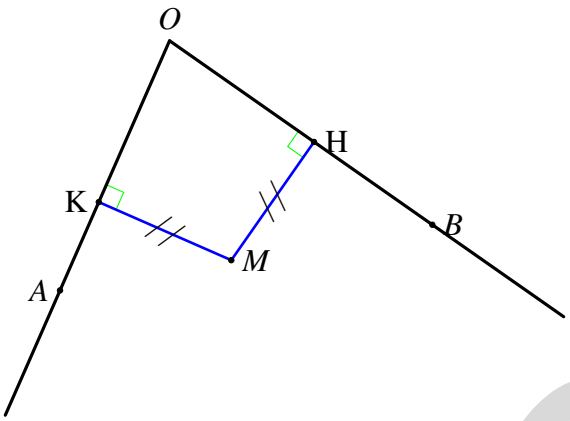
Propriété

La réciproque
Si un point M est à égale distance des côtés d'un angle, alors le point M appartient à la bissectrice de cet angle

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple



Le point M est équidistant des deux côtés de la'ngle $\widehat{OAB}$: $MK = MH$, alors M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$

Application

1. construire un angle $\widehat{KLM}$ de mesure 84°
2. Construire la demi-droite $[LP)$, la bissectrice de l'angle $\widehat{KLM}$
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PLM}$

V Bissectrices d'un triangle

Activité

❶ Tracer un triangle ABC
❷ Tracer les trois bissectrices des angles de ce triangle. Que remarquez-vous ?
❸ Projeter le point I de concours des bissectrices sur l'un des côtés. Appelez M ce projeté
❹ Tracer le cercle de centre I et de rayon IM
Ce cercle intérieur au triangle semble-t-il tangent aux trois côtés du triangle ?

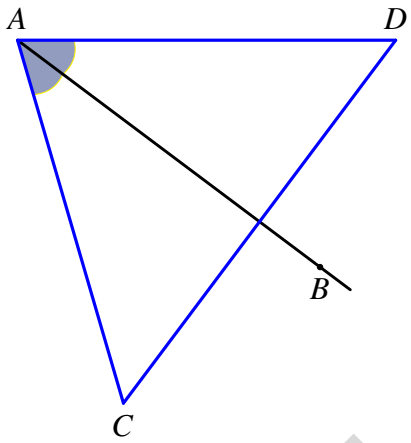
Définition

Les bissectrices des angles d'un triangle s'appelent les bissectrices de ce triangle

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

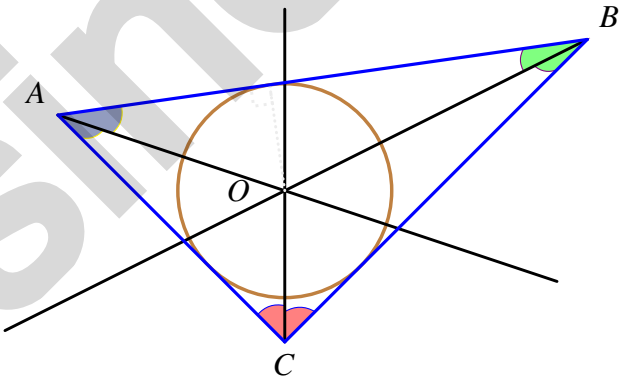


La demi-droite $[AB)$ est une bissectrice du triangle ACD

Propriété

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre du cercle inscrit dans ce triangle

• Exemple



Les bissectrices du triangle ABC sont concourantes au point O
Ce point O est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC

Application

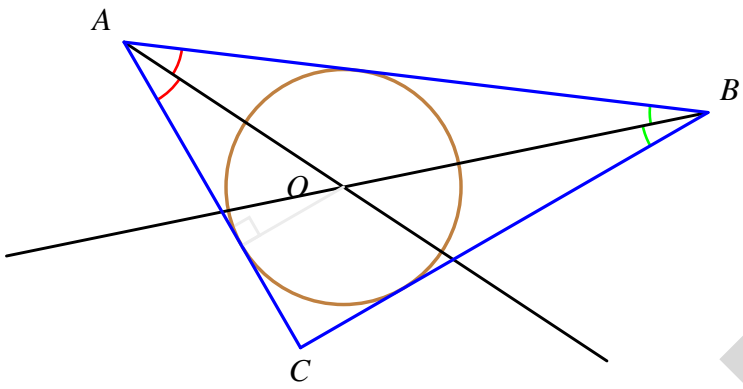
Soit ABC un triangle tel que : $AB = 5cm$, $AC = 6cm$ et $BC = 3cm$

1. Construire le triangle ABC
2. Construire le cercle inscrit dans le triangle ABC

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today