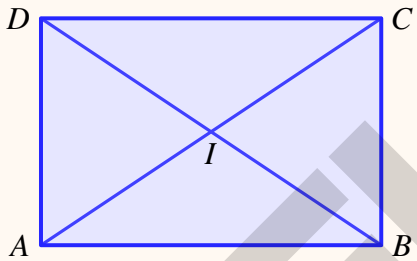
Triangle rectangle et cercle

I Milieu de l'hypothénuse d'un triangle rectangle

Activité

Soit $ABCD$ un rectangle de centre I



1. Montrer que I appartient à la médiatrice du segment $[AB]$
2. Montrer que $IA = IB = IC$
3. Construire le triangle de centre I et de rayon IA
   Que remarques-tu ?

Activité

1. Construire un cercle (C) de diamètre $[EF]$
2. Placer sur (C) un point G différent de E et F
3. Vérifier à l'aide de votre rapporteur que le triangle EFG est rectangle en G
4. En changant la position de G, que pensez-vous de la nature du triangle EFG ?
5. Démontrer cette hypothèse
6. Construire, juste avec le compas, un triangle EFG rectangle en G sachant que $EF = 12cm$

1 Propriété directe

Proposition

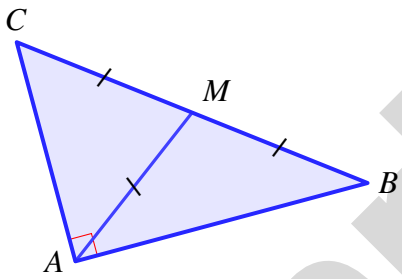
Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est équidistant aux sommets de ce triangle
D'une autre façon, si ABC est un triangle rectangle en A et M est le milieu de $[BC]$, alors $MA = MB = MC$

✿ Figure géométrique :

Yassine Elamri

https://steinmath.com

Soit ABC un triangle rectangle en A et M le milieu de l'hypoténuse $[BC]$
Donc $MA = MB = MC$



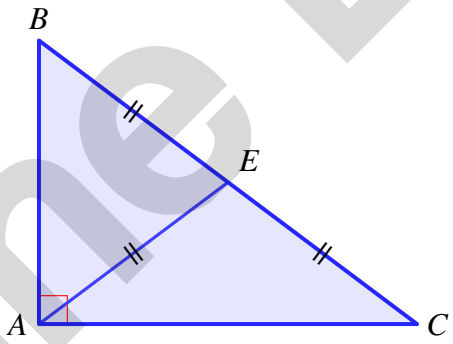
Application

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $BC = 8cm$, et E le milieu de $[BC]$

1. Tracer une figure
2. Montrer que AEC est un triangle isocèle
3. Déduire la longueur EA

Solution

1. La figure



2. On a le triangle ABC est rectangle en A, et E le milieu de son hypoténuse $[BC]$
Donc, d'aprés la proposition ❶, on a $EA = EB = EC$
Donc $EA = EC$
D'ou AEC est un triangle isocèle

3. On sait que E est le milieu de $[BC]$, donc $EC = \frac{BC}{2}$, c'est à dire $EC = \frac{8}{2} = 4cm$
Or, on a $EA = EC$, donc $EA = 4cm$

2 Propriété réciproque

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Proposition

Si dans un triangle, le milieu de l'un de ces cotés est équidistant à ses sommets, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce coté
D'une autre façon, si ABC est un triangle, et M est le milieu de $[BC]$, tel que $MA = MB = MC$, alors ABC est rectangle en A

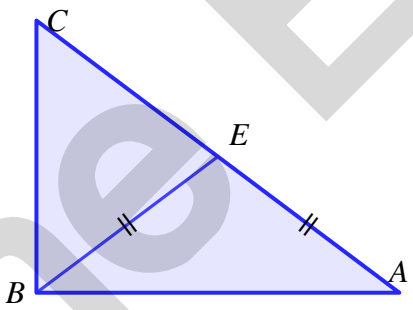
Application

Soit AEB un triangle isocèle en E, et soit C le symétrique de A par rapport à E

1. Tracer une figure
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle
3. Déduire la longueur EA

Solution

1. La figure



2. On a le triangle AEB est isocèle en E, alors $EA = EB$ ①
Et on a C le symétrique de A par rapport à E, donc E est le milieu du segment $[AC]$, alors $EA = EC$ ②
de ① et ②, on déduit que $EA = EB = EC$
Dans le triangle ABC on a : $\begin{cases} E \text{ milieu de } [AC] \\ EA = EB = EC \end{cases}$
Donc, d'aprés la proposition ❷, le triangle ABC est rectangle en B

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

II Triangle rectangle et cercle

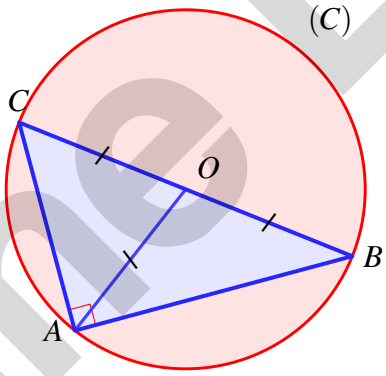
1 Propriété direct

Proposition

Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit de rayon la moitié de l'hypoténuse
D'une autre façon, si ABC est un triangle rectangle en A et O est le milieu de son hypoténuse $[BC]$, alors O est le centre du cercle circonscrit à ce triangle et qui est de rayon $\frac{BC}{2}$

✿ Figure géométrique :

Soit ABC un triangle rectangle en A et O le milieu de l'hypoténuse $[BC]$
Le cercle circonscrit au triangle ABC est de centre O et de rayon $\frac{BC}{2}$



2 Propriété réciproque

3 Propriété direct

Proposition

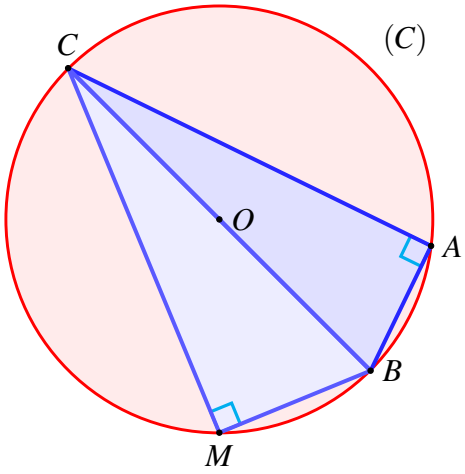
Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses cotés, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce coté
D'une autre façon, si ABC est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$, alors le triangle ABC est rectangle en A

✿ Figure géométrique :

Soit (C) un cercle de centre O
★ Le triangle ABC est rectangle en A, car $[BC]$ est un diamètre du cercle (C)
★ Le triangle BCM est rectangle en M, car $[BC]$ est un diamètre du cercle (C)
★ Le triangle AMC n'est pas rectangle, car aucun de ses cotés n'est diamètre du cercle (C)

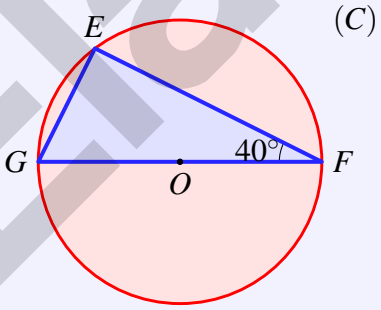
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



Application

On considère la figure ci-contre
telle que : $\widehat{EFG} = 40°$
Calculer $\widehat{EGF}$



Solution

On a le triangle EFG est inscrit dans le cercle (C) de diamètre $[FG]$
Donc, d'après la proposition ④, le triangle EFG est rectangle en E
D'ou, $\widehat{EGF} + \widehat{EFG} = 90°$
C'est à dire : $40° + \widehat{EFG} = 90°$
Donc $\widehat{EFG} = 90° - 40°$
Alors $\widehat{EFG} = 50°$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today