ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : Rattrappage juillet 2018

MATHEMATIQUES

Série : **Sciences Expérimentales**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indéquants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

- Exercice 1 : **Géométrie dans l'espace** ..... **3 points**
- Exercice 2 : **Nombres Complexes** ..... **3 points**
- Exercice 3 : **Calcul des probabilités** ..... **3 points**
- Exercice 4 : **Calcul intégral** ..... **2 points**
- Problème : **Etude d'une fonction numérique et suites numériques** ... **9 points**

♠ On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z
♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre $\Omega(2, 1, 2)$ et rayon égale à 3 et le plan (P) passant par le point $A(-1, 0, 3)$ et dont $\vec{u}(4, 0, -3)$ est un vecteur normal à (P).

0,5 pt **1 -** Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ est u

0,5 pt **2 -** Vérifier que $4x - 3z + 13 = 0$ est une équation car

3 - a) Vérifier que $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 1 \\ z = 2-3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une repr

0,5 pt passant par Ω et orthogonale à plan (P).

0,5 pt **b)** Déterminer les coordonnées de H point d'inter

0,25 pt **4 - a)** Calculer $d(\Omega, (P))$

0,75 pt **b)** Montrer que le plan (P) est tangent à la sphèr

htt

Exercice 2 : (3 points)

0,75 pt **1 -** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complex

2 - Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1 - i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

0,25 pt **a)** Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe a .

0,5 pt **b)** Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est $b = 2\left(\cos(\frac{\pi}{12}) + i\sin(\frac{\pi}{12})\right)$

0,5 pt **3 - a)** On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$.
montrer que $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$.

0,5 pt **b)** Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image du point B par la translation t.
Montrer que $OD = |b + c|$

0,5 pt **c)** En déduire que $OD \times BC = 2\sqrt{3}$

Exercice 3 : (3 pts)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges portant chacune le nombre 1, 3 boules rouges portant chacune le nombre 2, et 6 boules vertes portant chacune le nombre 2.
On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les événements suivants :
A:" Les deux boules tirées portant le même nombre.".
B:" Les deux boules tirées sont de couleurs différentes ".
A:" Les deux boules tirées portant deux nombres dont la somme est égale à 3".

1,5 pt **1 -** Montrer que : $p(A) = \frac{13}{22}$ et $p(B) = \frac{6}{11}$ puis calculer $p(C)$.

0,5 pt **2 - a)** Montrer que : $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$.

https://steinmath.com than yesterday, tomorrow better than today
yassin

0,5 pt **b)** Les événements A et B sont -ils indépendants ? justifier votre réponse.

0,5 pt **3 -** Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant le même nombre.

Exercice 4 : (2 points)

0,5 pt **1 - a)** Montrer que la fonction $H : x \mapsto xe^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x+1)e^x$ sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **b)** En déduire que $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$

1 pt **2 -** A l'aide d'une intégration par partie, Calculer $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x dx$.

Problème : (9 pts)

Partie I : Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$	
$g(x)$	$\|$ $-\infty$	↗	$+\infty$

0.25 pt **1 -** Calculer $g(1)$.

0.5 pt **2 -** A partir de ce tableau , déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$.

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0,5 pt **1 - a)** Vérifier que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0,5 pt **b)** Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage $+\infty$

0,25 pt **c)** Déterminer la position relative de la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$.

0,75 pt **2 -** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

1 pt **3 - a)** Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$

0,5 pt **b)** Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$.

0,5 pt **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

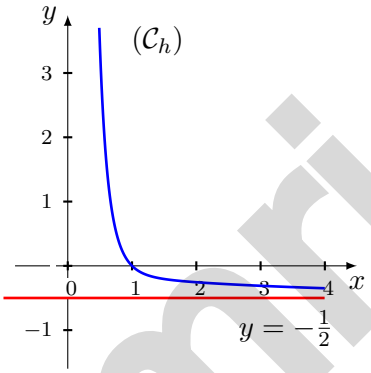
1 pt **4 -** Construire dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$ (unité : 1 cm)

Yassine Elamri

Today https://steinmath.com rday, tomorrow better than today

Partie III : On considère la fonction numérique h définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$h(x) = f(x) - x$$



0.25 pt **1 -** **a)** Vérifier que $h(1) = 0$

0.75 pt **b)** Dans la figure ci-contre $(\mathcal{C}_h)$ est la représentation graphique de la fonction h.
Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$ puis en déduire que :
$f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1;+\infty[$.

2 - On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = e$ *et* $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **a)** Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 pt **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
(On pourra utiliser le résultat de la question **III)** 1.b)

0,75 pt **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite .

FIN

Yassine Elamri