Chapitre

Statistique

Cours 1AC

Contenus de programme	Capacités attendues
- Tableaux statistiques ; - Effectifs et effectifs cumulés ; - Pourcentage, fréquence, fréquences cumulées ; - Représentations graphiques, histogrammes ; - Paramètres de position : moyenne arithmétique, médiane, mode ; - Paramètres de dispersion : écart moyen, variance, écart type.	- Organiser des données statistiques ; - Lire et interpréter des graphiques statistiques ; - Interpréter les paramètres de position et les paramètres de dispersion ; - Distinguer les différents paramètres de position ; - Distinguer les différents paramètres de dispersion

Recommandations pédagogiques
- On se basera sur des exemples de la vie courante ou issus des autres disciplines (Histoire Géo, Biologie, Chimie), des situations authentiques, afin dinitier les élèves à collecter des données statistiques, les organiser dans des tableaux et les représenter graphiquement ; - Le calcul des paramètres statistiques et leurs interprétations, se fera dans le but de répondre à des questions liées à létude de phénomènes et à faire des déductions.

Introduction et vocabulaire

La statistique est la science qui consiste à réunir des données chiffrées, à les analyser, à les commenter et à les critiquer. Une étude statistique s'effectue sur un ensemble appelé Population, dont les éléments sont appelés Individus, et consiste à observer et étudier un même aspect sur chaque individu, appelé Caractère. On distingue deux types de caractère :

- Les caractères qualitatifs : Ce sont les caractères dont les valeurs ne sont pas des nombres (profession, couleur des yeux...)
- les caractères quantitatifs : Ce sont les caractères qui prennent des valeurs numériques :

Yassine Elamri

- Le caractère quantitatif est discret si les valeurs du caractère sont isolées (ex : nombre d'enfants). Ces valeurs sont appelées modalités ;

- Le caractère quantitatif est continu si les valeurs du caractère sont regroupées en intervalles, appelés Classes (ex : Taille ∈ [170:175[) La ń largeur ż de chaque intervalle s'appelle l'amplitude.

I Vocabulaires -Paramètres de positions :

Activité

Partie 1 : Les nombres au-dessous représentent les notes des élèves dune classe de tronc commun en un devoir :

11	10	11	15	10	11	8	11	12	7
15	8	10	12	11	12	17	7	15	11

1 Donner la population et la variable statistique étudiée.

2 Déterminer le nombre des élèves de cette classe (Effectif total N).

3 Compléter le tableau statistique suivant :

la note x_i							
l'effectif n_i							
Effectif cumuléN_i							
Fréquence f_i							
Pourcentage p_i							

4 Déterminer le nombre des élèves qui ont une note inférieure ou égale à 12.

5 Calculer la moyenne arithmétique de cette série statistique.

6 Donner la médiane de cette série statistique.

7 Trouver la valeur de la variable statistique qui a le plus grand effectif (Le mode).

8 Construire le diagramme en bâton et le polygone des effectifs pour cette série statistique.

9 Construire la courbe cumulative des effectifs pour cette série statistique.

Partie 2 :

La taille des employés dune usine est classée comme suit :

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Classe	$[164,166[$	$[166,168[$	$[168,170[$	$[170,172[$
Effectif	14	12	16	10

1 Donner la population et la variable statistique étudiée.

2 Déterminer leffectif total N.

3 Compléter le tableau statistique suivant :

Classe	$[164,166[$	$[166,168[$	$[168,170[$	$[170,172[$
Effectif	14	12	16	10
Effectif cumulé N_i				
Centre de classe				
Fréquence f_i				
Pourcentage p_i				

4 Calculer la moyenne arithmétique de cette série statistique.

5 Trouver la classe modale.

6 Construire lhistogramme de cette série statistique.

7 Construire la courbe cumulative des effectifs, puis déterminer la médiane de cette série statistique.

1 Vocabulaires :

a Effectifs

Définition

- Le nombre de fois tel qu'une valeur x_i est répétée s'appelle effectif , on le note n_i ;
- La somme des effectifs n_i est N le nombre total de la population statistique ;
- Le couple $(x_i;n_i)$ s'appelle une série statistique
- Toute valeur ou toute classe ayant le plus grand effectif s'appelle valeur (ou classe) modale ;
- on peut avoir plusieurs valeurs modes (valeurs modales) ou classes modes (ou classes modales).

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

b Effectifs cumulés

Définition

$(x_i;n_i)$ est une série statistique ;

Le nombre $n_1+n_2+....+n_i$ s'appelle l'effectif cumulé de la valeur x_i d'un caractère.

c Fréquences

Définition

$(x_i;n_i)$ est une série statistique ;

Le nombre $\frac{n_i}{N}$ s'appelle la fréquence de la valeur x_i d'un caractère ; on la note $f_i=\frac{n_i}{N}$.

Remarque

La somme des fréquences est égale à 1.

d Fréquences cumulées

Définition

$(x_i;n_i)$ est une série statistique ;

Le nombre $f_1+f_2+....+f_i$ s'appelle la fréquence cumulée de la valeur x_i d'un caractère.

e Pourcentages

Définition

$(x_i;n_i)$ est une série statistique ;

Le nombre $f_i*100\%$ s'appelle le pourcentage de la valeur x_i d'un caractère .on le note $p_i=f_i*100\%$.

Remarque

La somme des pourcentages est égale à 100%.

2 Paramètres de postions :

Les paramètres de position indiquent la valeur typique autour de laquelle les observations sont réparties.

Les deux paramètres de position les plus importants sont la moyenne et la médiane.

Yasine Elamri

a Moyenne arithmétique (ou la moyenne statistique)

Définition

La moyenne arithmétique d'une série statistique $(x_i;n_i)$ est le nombre $\bar{x}$ tel que :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+...+n_px_p}{n_1+n_2+...n_p}$$

• Exemple

On donne la série de notes obtenues par les élèves dune classe à un contrôle de maths :

Note	5	7	10	11	13	15	16	19
Effectif	1	6	7	4	6	7	1	3

La moyenne de la classe est :

$$\bar{x} = \frac{1\times5+6\times7+7\times10+4\times11+6\times13+7\times15+1\times16+3\times19}{35} \approx 11,9$$

Remarque

Pour calculer la moyenne d'une série statistique à caractère continu, on remplace chaque classe par son milieu, avec la part d'approximation que cela comporte.

b La médiane

Définition

la médiane est la valeur centrale de la série des valeurs rangées dans l'ordre croissant

• Exemple

Considérons la série de l'exemple précédent :

Note	5	7	10	11	13	15	16	19
Effectif	1	6	7	4	6	7	1	3
Effectifs cumulés	1	7	14	18	24	31	32	35

la moitié de l'effectif total est $N = \frac{35}{2} = 17.5$

la plus petite valeur du caractère dont l'effectif cumulé croissant est supérieure ou égale à 17,5 est 11 donc 11 est la valeur médiane de cette série statistique.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

II Paramètres de dispersion :

a Étendue

Cest la différence entre les valeurs extrêmes.

dans l'exemple précident la valeur minimale est 5 et la valeur maximale est 19, donc létendue est égale à $19-5=14$.

Remarque

létendue est un enregistrement utile pour constater la dispersion de la série.

b Écart-moyen

La moyenne des écarts à la moyenne statistique $\bar{x}$ s'appelle l'écart-moyen on la note $\bar{e}$.

$$\bar{e}=\frac{n_1\times|x_1-\bar{x}|+n_2\times|x_2-\bar{x}|+.....+n_k\times|x_k-\bar{x}|}{n_1+n_2+....+n_k=N}$$

• Exemple

calculons l'écart-moyen de la série statistique précident.

c Variance

La variance d'une série statistique $(x_i;n_i)$ est le nombre V tel que :

$$V=\frac{n_1\times|x_1-\bar{x}^2|+n_2\times|x_2-\bar{x}^2|+.....+n_p\times|x_p-\bar{x}^2|}{N}$$

Propriété

La variance d'une série statistique $(x_i;n_i)$ est :

$$V=\frac{n_1\times(x_1)^2+n_2\times(x_2)^2+.....+n_p\times(x_p)^2}{N}-(\bar{x})^2$$

La variance est toujours positive.

• Exemple

calculons la variance de la série statistique précident.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

d Écart type

Lécart type dune série statistique $(x_i;n_i)$ est le nombre σ tel que : $\sigma = \sqrt{V}$ avec V est la variance de la série statistique.

• Exemple

calculons l'écart type de la série statistique précident.

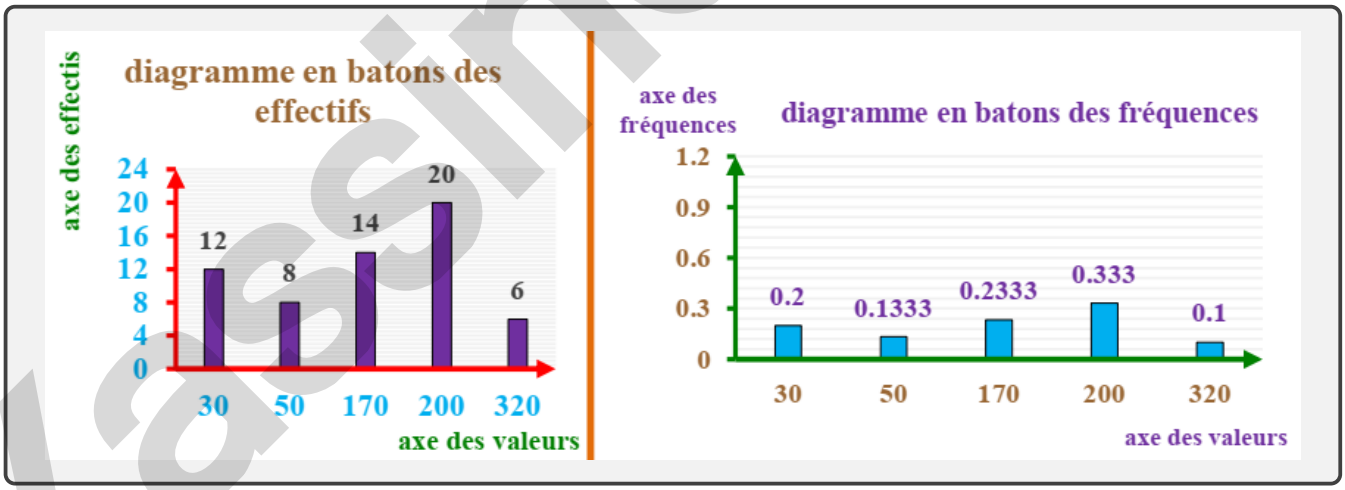
Application

Exercices 2 la série.

III Diagrammes

1 Diagramme en bâtons

Lorsque le caractère étudié est quantitatif discret, on peut représenter la séri statistique par un diagramme en bâtons : La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) associée à chaque valeur.

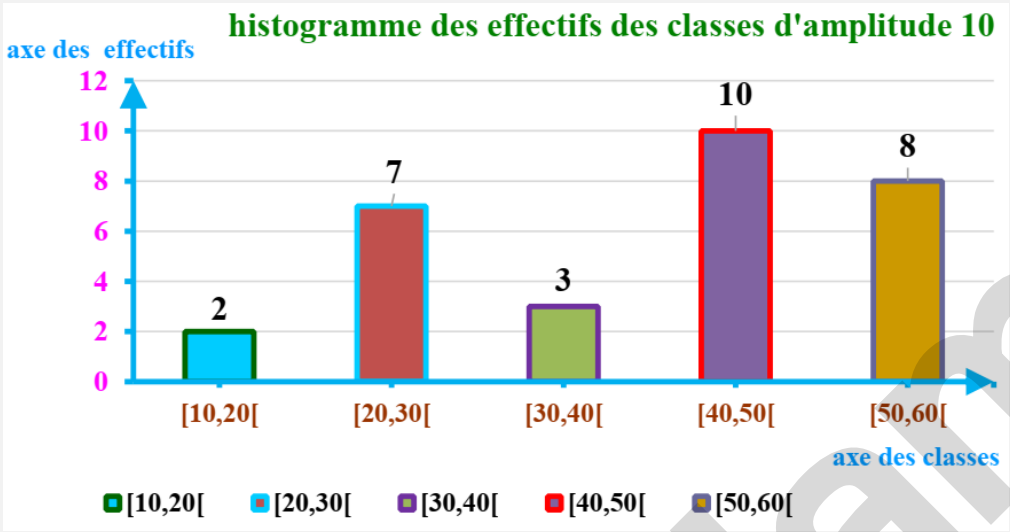


2 Histogramme

Lorsque le caractère étudié est quantitatif continu, et lorsque les données sont regroupées en classes, on peut représenter la série par un histogramme : l'aire de chaque rectangle est alors proportionnelle à l'effectif (ou a la fréquence) associée à chaque classe. Lorsque les classes ont la même amplitude, c'est la hauteur de chaque rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

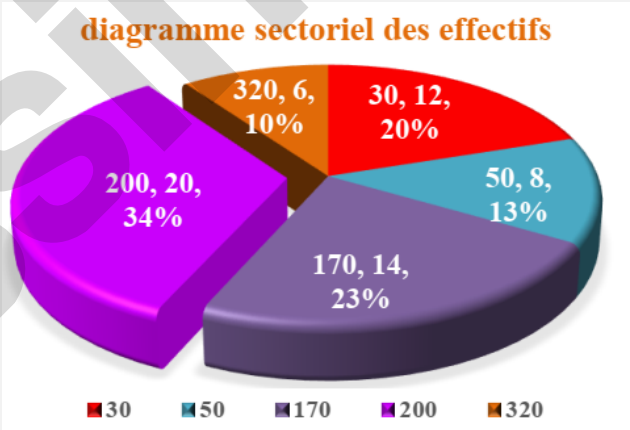


3 diagramme circulaire ou semi-circulaire

Lorsque le caractère est qualitatif, on représente la série par un diagramme circulaire ou semi-circulaire (camembert) : La mesure de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associée à la valeur du caractère.

le secteur angulaire qui représente leffectif n_i de la valeur xi dun caractère a pour angle est :

$\alpha^\circ = \frac{360^0 \times n_i}{N}$

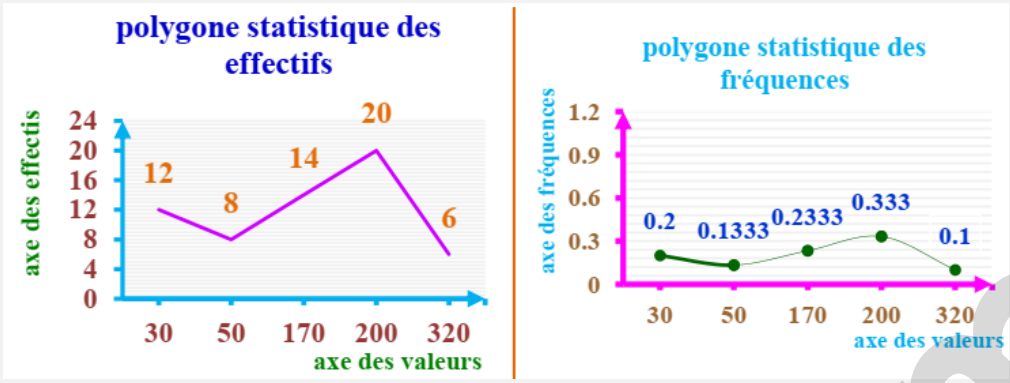


4 Le polygone statistique

Le polygone des effectifs (ou fréquences) est un graphique qui se fait par lunion des points les plus hauts des colonnes dans un histogramme de fréquence (lequel se sert des colonnes verticales pour montrer les fréquences).

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today