Calcul Intégral

Exercice

Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_2^4 3x\,dx$, $B = \int_0^1 2x+3\,dx$, $C = \int_e^{e^2} \frac{1}{x}\,dx$, $D = \int_0^1 \sqrt{x+1}\,dx$, $E = \int_1^4 \frac{3}{x^2}$, $F = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos(3x))\,dx$, $G = \int_{-3}^2 |x|\,dx$, $H = \int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx$, $I = \int_2^3 \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x-4}}\,dx$,

Exercice

1. On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx$ et $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx$.

   Calculer $I+J$ et $I-J$, puis en déduire les valeur de I et J.

2. On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}\,dx$ et $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x+\sin x}\,dx$.

   Calculer $I+J$ et $I-J$, puis en déduire les valeur de I et J.

Exercice

On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$.

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout $x \in [1,2]$, on a : $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$.
2. Déduire de la question précédente la valeur de l'intégrale $J = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)}\,dx$.
3. Calculer l'intégrale $I = \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2}\,dt$.

Exercice

Calculer les intégrales suivantes :

Yassine Elamri

1 Vérifier $\forall x \in \mathbb{R}-1$

$$\frac{x^2-2x+3}{x-1} = x-1+\frac{2}{x-1}$$

2 Calculer : $\int_2^3 \frac{x^2-2x+3}{x-1}\,dx$

1 Vérifier $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\frac{e^{2x}+e^x+1}{1+e^x} = e^x+1-\frac{e^x}{1+e^x}$$

2 Calculer : $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}+e^x+1}{1+e^x}\,dx$

Exercice

Soit $f(x) = \frac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2}, x \in]1,+\infty[$.

1 Déterminer trois réels a, b et c tels que $\forall x \in]1,+\infty[$, $f(x) = \frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}+\frac{c}{(x+3)^2}$.

2 Déduire de la question précédente la valeur de l'intégrale $J = f(x) = \frac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2}$.

Exercice

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^1 xe^x dx$ **2.** $\int_1^e x^2 \ln x dx$ **3.** $\int_1^e \ln x dx$ **4.** $\int_1^e x \ln x dx$ **4.** $\int_1^e (2x-1)\ln x dx$

5. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ **6.** $\int_{-\ln 2}^0 (x+1)e^{-x} dx$ **7.** $\int_0^{-1} xe^{2x+1} dx$

Exercice

Le plan est apporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $||\vec{i}|| = 1cm$.

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x+(1-\frac{2}{x})\ln(x)$.

1 Montrer que (C_f) la courbe de f est en dessous de la droite $(D); y = x$ sur l'intervalle $[1,2]$

2 Montrer que : $\int_1^2 \left(\frac{2}{x}-1\right) dx = (1-\ln 2)^2$

3 Déduire l'aire du domaine plan délimité par (C_f) et la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice

Le plan est apporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,$||\vec{i}|| = 1cm$.
Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$.

1. Montrer que (C_f) la courbe de f est en dessous de la droite $(D); y = x$ sur l'intervalle $[0,1]$
2. Monter que la fonction $H : x \longleftarrow (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction $h : -x^2e^{-x}$ sur $[0,1]$
3. Déduire que : $\int_1^2 x^2e^{-x}dx = \dfrac{2e-5}{e}$
4. Par intégration par parties, montrer que $\int_1^2 xe^{-x}dx = \dfrac{e-2}{e}$
5. Déduire l'aire du domaine plan délimité par (C_f) et la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today