La dérivation

Exercice : 01

Étudier la dérivabilité de la fonction f en x_0 puis donner le nombre dérivé $f'(x_0)$ dans chacun des cas suivants :

1- $f(x)=\sqrt{x^2+3}$ et $x_0=1$

2- $f(x)=\dfrac{2}{x-2}$ et $x_0=-1$

3- $f(x)=\dfrac{x}{2x+3}$ et $x_0=1$

4- $f(x)=x-x^2$ et $x_0=-2$

5- $f(x)=\dfrac{1-x}{x}$ et $x_0=1$

6- $f(x)=\dfrac{1-x}{2x-3}$ et $x_0=-1$

Exercice : 02

Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A d'abscisse x_0 dans chacun des cas suivants :

1- $f:x\mapsto -5x+2$ et $x_0=-2$

2- $f:x\mapsto -x^2+4$ et $x_0=-1$

3- $f:x\mapsto x^2-2x-3$ et $x_0=0$

4- $f:x\mapsto \sqrt{2x+3}$ et $x_0=1$

5- $f:x\mapsto 2x^2-3x+1$ et $x_0=1$

6- $f:x\mapsto x^2+3$ et $x_0=-3$

7- $f:x\mapsto (x+3)^3$ et $x_0=0$

8- $f:x\mapsto \dfrac{3x+1}{2x-1}$ et $x_0=2$

Exercice : 03

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^-$ par : $f(x)=\sqrt{-x}$

1- Étudier la dérivabilité de f à droite en $a=0$.

2- Donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

Exercice : 04

Soient f , g , h et k des fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=2|x|+3$; $g(x)=|x-5|$; $h(x)=3|x|+2x$; $k(x)=3x^2-2|x-2|$

1- Étudier la dérivabilité de f en $a=0$,puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

2- Étudier la dérivabilité de g en $b=5$,puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

3- Étudier la dérivabilité de h en $c=0$,puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

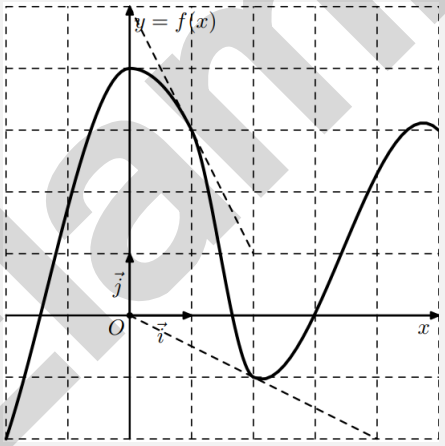
Yassine Elamri

4- Étudier la dérivabilité de k en $d=2$,puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

Exercice : 05

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;5]$.

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1- Déterminer $f(1), f(3), f'(1)$ et $f'(2)$.

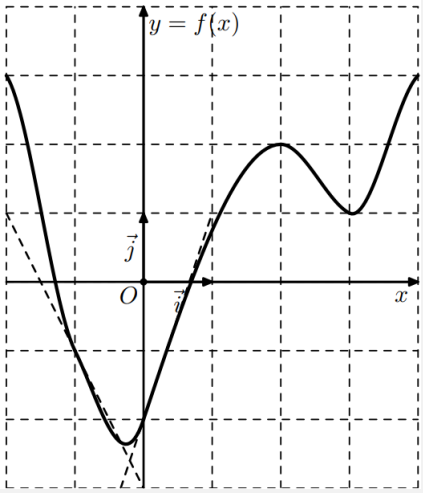
2- Quel est le nombre dérivé de f en 0 ?

3- Quel est le signe de $f'(3)$?

Exercice : 06

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2;5]$

On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1- Lire graphiquement $f'(0)$ et $f'(2)$.

2- Lire graphiquement le nombre dérivé de f en -1 .

3- Quel est le signe de $f'(1)$? Quel est le signe de $f'(2,5)$?

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice : 07

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

1- $f_1(x) = \dfrac{2x^2-3}{2x-1}$.

2- $f_2(x) = \dfrac{-x^2+3x+5}{4}$.

3- $f_3(t) = t^2 - 4t + 9$.

4- $f_4(x) = 4x^3 + 3x^2 + 5x - 6$.

5- $f_5(x) = \dfrac{4x^3+5x^2-x}{x}$.

6- $f_6(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

Exercice : 08

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{x^2}$. Calculer la dérivée seconde de f en $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Exercice : 09

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction : $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x$ définie sur $\mathbb{R}$.

1- Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1 .

2- Démontrer que T est tangente à $\mathscr{C}_f$ en un autre point.

Exercice : 10

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 5$.

1- $\mathscr{C}_f$ admet une tangente en chacun de ses points. Pourquoi ?

2- Donner une équation de la tangente T_{-1} à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1 .

3- Le point $E(-4;-3)$ appartient-il à la tangente T_{-3} à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3 .

4- Existe-t-il des tangentes à $\mathscr{C}_f$ dont le coefficient directeur vaut -4 ? Si oui, en quels points ?

5- Existe-t-il des tangentes à $\mathscr{C}_f$ parallèles à la droite D d'équation $y = -7x + 5$? Si oui, en quels points ?

6- Existe-t-il des tangentes horizontales ? Si oui, en quels points ?

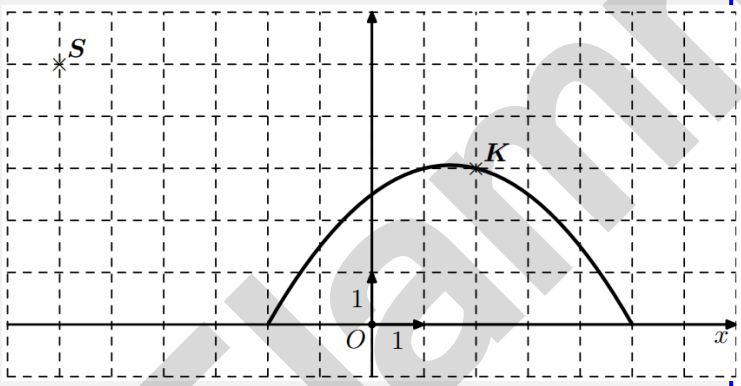
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice : 11

Sur la figure ci-contre, l'arc de parabole représente une colline, le sol est symbolisé par l'axe des abscisses. Le point $S(-6;5)$ représente le soleil en train de se coucher. L'arc de parabole est la représentation graphique de la fonction f définie pour $x \in [-2;5]$ par :

$f(x) = -0,25x^2 + 0,75x + 2,5$.



BUT : On veut déterminer la longueur de l'ombre de la colline.

1- Déterminer une équation de la tangente à C_f au point K.

2- Vérifier que le point S appartient à cette tangente T.

3- Pour quelle valeur de x la droite T coupe-t-elle l'axe des abscisses ?

4- Quelle est alors la longueur au sol de l'ombre de la colline ?

Exercice : 12

Les questions sont indépendantes.

1- Calculer la dérivée de la fonction $f(x) = \sqrt{x^3+1}$ en $x = 1$.

2- Soit la fonction $g(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$. Calculer la dérivée de g en $x = \pi$.

Exercice : 13

Les questions sont indépendantes.

1- Trouver les valeurs de a et b pour que la tangente à la courbe de la fonction $h(x) = ax^2 + bx + 3$ en $x = 1$ soit parallèle à la droite $y = 2x - 1$.

2- Trouver les valeurs de a et b pour que la tangente à la courbe de la fonction $h(x) = ax^3 + bx^2 + 2x$ en $x = -1$ soit parallèle à la droite d'équation $y = 4x + 2$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice : 14

Trouver les points (a,b) sur la courbe de la fonction $h(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$ où la tangente est horizontale.

Exercice : 15

Trouver les valeurs de a pour lesquelles la fonction $g(x)=|x^2-3x+a|$ est dérivable at $x=2$.

Exercice : 16

1- Résoudre les équations différentielles suivantes :

$(E_1): y''+4y=0$ $\qquad$ $(E_2): y''+9y=0$

$(E_3): y''+5y=0$ $\qquad$ $(E_4): 2y''+16y=0$

2- Déterminer la solution de l'équation différentielle $(E): y''+16y=0$ telle que $y(0)=0$ et $y'(0)=-1$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today