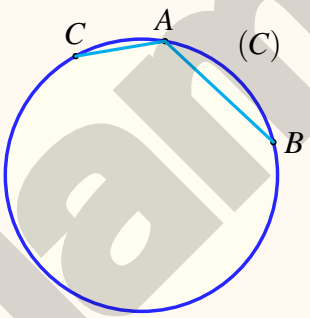
Les droites remarquables dans un triangle

I Médiatrice d'un triangle

Activité

Sur la figure ci-contre, A, B et C sont trois points d'un cercle (C) dont on a perdu le centre O

1. Justifier pourquoi le point O appartient à la médiatrice de chacun des segments $[AB]$ et $[AC]$
2. En déduire la position du point O



1 Définitions

Définition

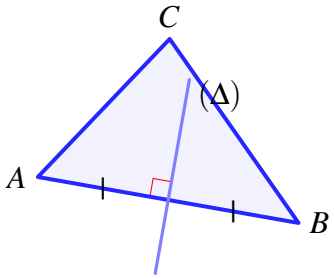
La médiatrice d'un segment, est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu

Définition

La médiatrice d'un triangle, est la médiatrice de l'un de ces cotés

Exemple

Soit ABC un triangle
Traçons (Δ) la médiatrice du coté $[AB]$
On appelle (Δ) la médiatrice du triangle ABC



2 Centre du cercle circonscrit à un triangle

Propriété

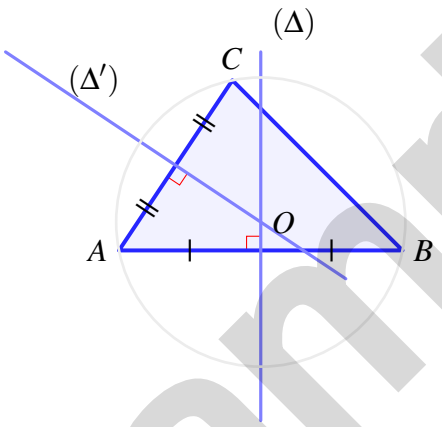
Le centre du cercle circonscrit à un triangle, est le point de rencontre de ses trois médiatrices

⚠ ✯ Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer deux de ses médiatrices

Yasine Elamri

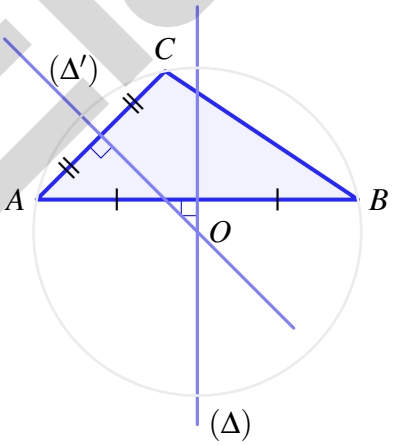
• Exemple

Soit ABC un triangle
Construisons (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre O
Pour cela, on va tracer (Δ) et (Δ') les médiatrices respectives des cotés $[AB]$ et $[AC]$



➪ ***Cas particulier*** (triangle avec un angle obtus)

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC}$ est un angle obtus
Construisons (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre O
On remarque que le centre O du cercle (C) est à l'exterieur du triangle ABC



II Bissectrice d'un triangle

Activité

Soit ABC un triangle

1. Construire les bissectrices de deux de ses angles
2. Soit I le point de concours de ces bissectrices, et H, K et L les projections orthogonales de I respectivement sur (AB), (AC) et (BC)
   - a. Vérifier, avec votre compas, que les points H, K et L appartiennent au cercle de centre I
   - b. Déduire que la troisième bissectrice aussi passe par I
   - c. Que peut-on dire donc des bissectrices des angles d'un triangle ABC

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1 Définitions

Définition

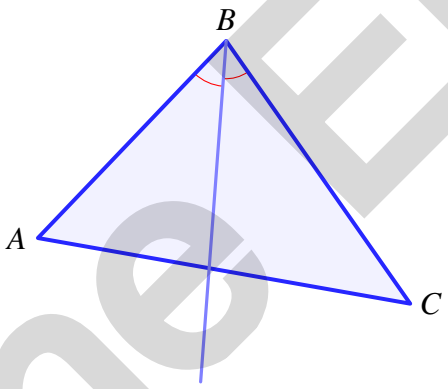
La bissectrice d'un angle, est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure

Définition

La bissectrice d'un triangle, est la bissectrice de l'une de ces angles

• Exemple

Soit ABC un triangle
Traçons $[BE)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$
On appelle $[BE)$ la bissectrice du triangle ABC



2 Centre du cercle inscrit dans un triangle

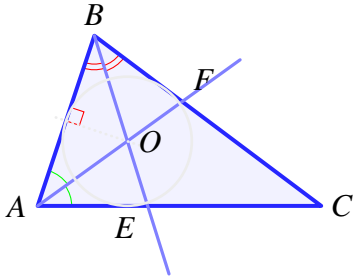
Propriété

Le centre du cercle inscrit dans un triangle, est le point de rencontre de ses trois bissectrices

⚠ ✯ Pour déterminer le centre du cercle inscrit dans un triangle, il suffit de tracer deux de ses bissectrices

• Exemple

Soit ABC un triangle
Construisons (C) le cercle inscrit dnas le triangle ABC de centre O
Pour cela, on va tracer $[AE)$ et $[BF)$ les bissectrices respectives des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$
Le centre du cercle inscrit dans un triangle se trouve toujours à l'intérieur du triangle



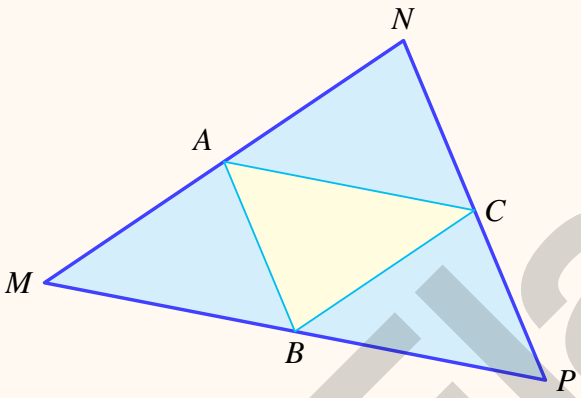
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

III Hauteur d'un triangle

Activité

Sur la figure suivante



On a : $(MN) \parallel (BC)$, $(NP) \parallel (AB)$ et $(MP) \parallel (AC)$
Et : $A \in (MN)$, $B \in (MP)$ et $C \in (NP)$

1 a Donner la nature des quadrilatères $AMBC$ et $ANCB$

b En déduire que A est le milieu du segment $[MN]$

2 Justifier pourquoi B et C sont les milieux respectifs des segments $[MP]$ et $[NP]$

3 a Que représentent les médiatrices du triangle MNP pour le triangle ABC

b En déduire que les hautteurs du triangle ABC sont concourantes en un point H

1 Définitions

Définition

La hauteur d'un triangle, est une droite qui passe par un sommet de ce triangle et qui est perpendiculaire à la droite portant le coté opposé à ce sommet

Définition

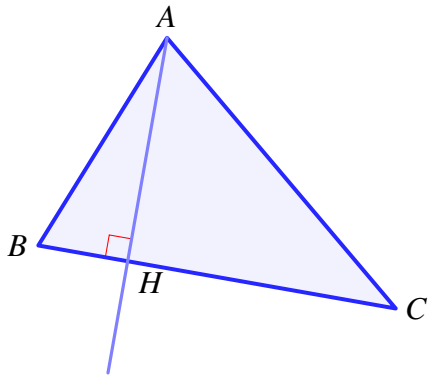
La hauteur d'un triangle, est la hauteur correspondante à l'un de ses cotés

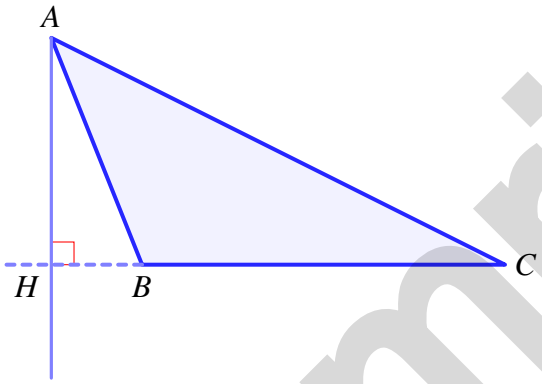
• Exemple

Soit ABC un triangle
Traçons (AH) la hauteur du triangle ABC
H est le projeté orthogonal du point A sur (BC)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today





2 Orthocentre d'un triangle

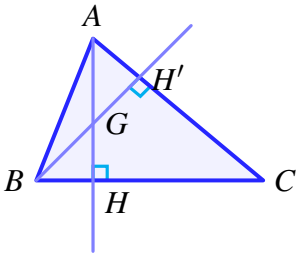
Propriété

L'orthocentre d'un triangle, est le point de rencontre de ses trois hauteurs

⚠ ✯ Pour déterminer l'orthocentre d'un triangle, il suffit de tracer deux de ses hauteurs

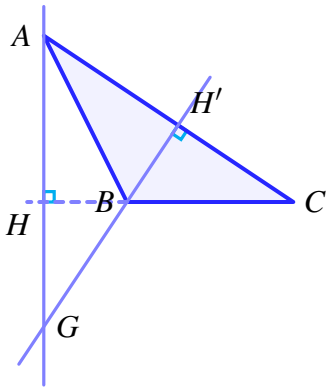
• Exemple

Soit ABC un triangle
Construisons G l'orthocentre du triangle ABC
Pour cela, on va tracer (AH) et (BH') les hauteurs issues respectivement des sommets A et B



➪ ***Cas particulier*** (triangle avec un angle obtus)

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC}$ est un angle obtus
Construisons G l'orthocentre du triangle ABC
On remarque que l'orthocentre G est à l'exterieur du triangle ABC



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

IV Médiane d'un triangle

Activité

Soit ABC un triangle, et B' le milieu de $[AC]$ (La droite (BB') est une médiane du triangle ABC)

1. Construire la médiane du triangle issue du sommet C, cette médiane coupe (AB) au point C'
2. Soit G le point de concours de ces deux médianes, et A' le point de concours des droites (AG) et (BC)
   - a. Montrer que A' est le milieu de $[BC]$ (On peut considérer I la symétrique de A par rapport à G et montrer que $GCIB$ est un parallélogramme)
   - b. Déduire que les médianes du triangle ABC se concourent au point G
   - c. Montrer que $AG = \frac{2}{3}AA'$

1 Définitions

Définition

La médiane d'un triangle, est la droite passante par un sommet de ce triangle et le milieu du coté opposé à ce sommet

Définition

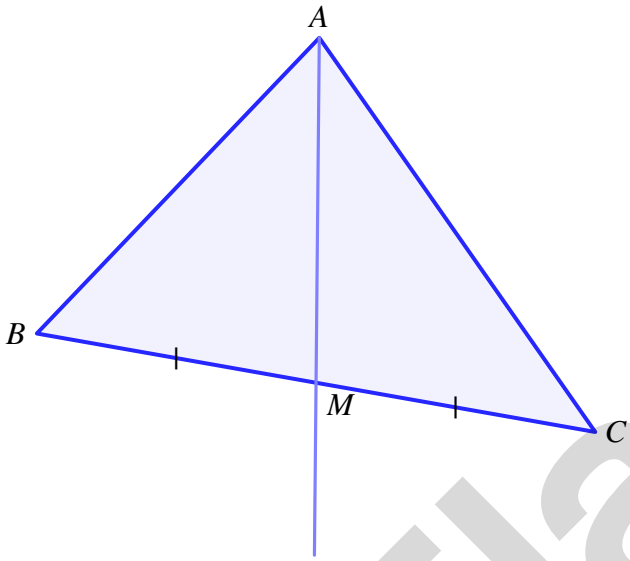
La médiane d'un triangle, est la médiane correspendante à l'un de ses cotés

• Exemple

Soit ABC un triangle
Traçons (AM) la médiane du triangle ABC
M est le milieu du segment $[BC]$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



2 Centre de gravité d'un triangle

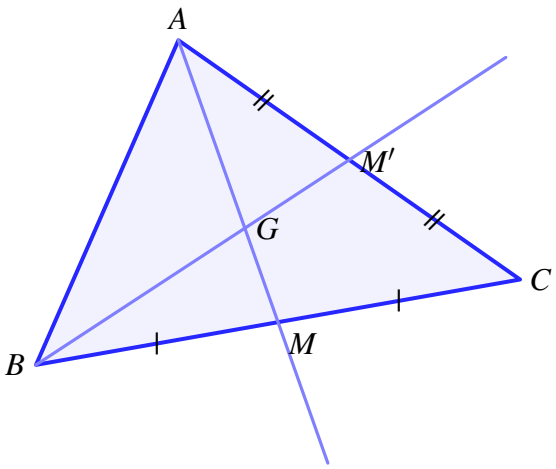
Propriété

Le centre de gravité d'un triangle, est le point de rencontre de ses trois médianes

⚠ ✯ Pour déterminer le centre de gravité d'un triangle, il suffit de tracer deux de ses médianes

• Exemple

Soit ABC un triangle
Construisons G le centre de gravité du triangle ABC
Pour cela, on va tracer (AM) et (BM') les médianes issues respectivement des sommets A et B



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

3 Propriété caractéristique

Propriété

Si G est le centre degravité d'un triangle ABC tel que M est le milieu du coté $[BC]$
Alors : $AG = \frac{2}{3}AM$

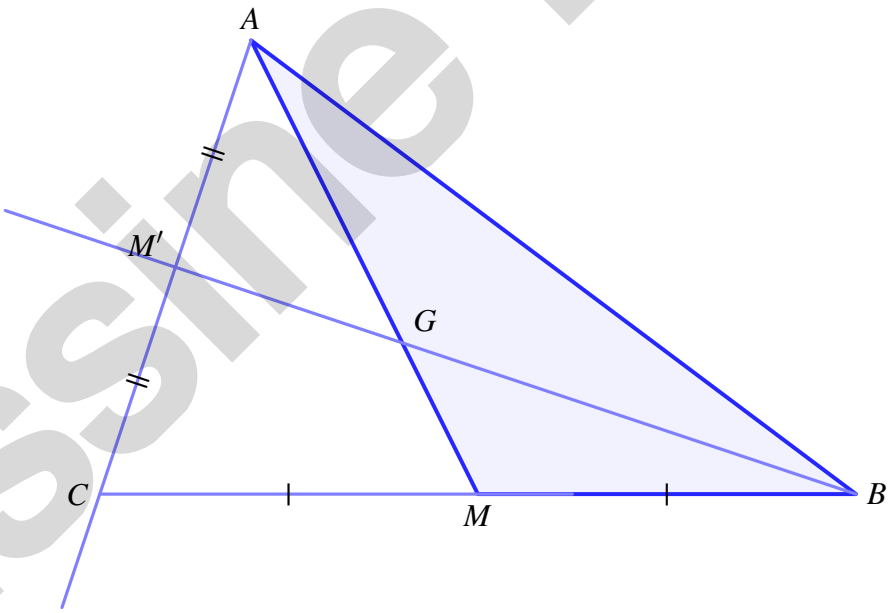
Application

Si=oit ABM un triangle tel que $AM = 6cm$
C est le symétrique du point B par rapport à M et M' est le milieu du segment $[AC]$
(AM) et (BM') se coupent en un point G

1. Tracer une figure soignée
2. Montrer que G est centre de gravité du triangle ABC
3. Calculer AG

Solution

1. Traçons une figure



2. On a C la symétrique de B par rapport à M, donc M est le milieu du segment $[BC]$
Donc (AM) est la médiane du triangle ABC issue du sommet A
Et on a M' est le milieu du segment $[AC]$, donc (BM') est la médiane du triangle ABC issue du sommet B
Or (Am) et (BM') se coupent en G
Alors G est le centre de gravité du triangle ABC
3. On a G est le centre de gravité du triangle ABC et M le milieu du segment $[BC]$
Donc $AG = \frac{2}{3}AM$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

C'est à dire $AG = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3}$
Alors $AG = 4cm$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today