Calcul intégrale

Exercice

Calculer les intégrales suivants

1. $I_1 = \int_1^4 (x-3)\mathrm{d}x$
2. $I_2 = \int_{-2}^{-1} \left(x^2+x-2\right) \mathrm{d}x$
3. $I_3 = \int_1^2 2(2x-1)^3 \ \mathrm{d}x$
4. $I_4 = \int_1^6 \left(6x^3 - \frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x$
5. $I_5 = \int_1^2 \frac{1}{x^2} \ \mathrm{d}x$
6. $I_6 = \int_1^2 \frac{x}{2x+1} \ \mathrm{d}x$
7. $I_7 = \int_0^1 2x \left(x^2+1\right)^3 \ \mathrm{d}x$
8. $I_8 = \int_1^4 \left(x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \mathrm{d}x$
9. $I_9 = \int_1^9 \sqrt{x} \ \mathrm{d}x$
10. $I_{10} = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{(\ln x)^2}{x} \ \mathrm{d}x$
11. $I_{11} = \int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x \ln x} \ \mathrm{d}x$
12. $I_{12} = \int_{-1}^2 \frac{x}{x^2+1} \ \mathrm{d}x$
13. $I_{13} = \int_0^1 \mathrm{e}^x \ \mathrm{d}x$
14. $I_{14} = \int_{-1}^2 \frac{3x}{1+2x^2} \ \mathrm{d}x$
15. $I_{15} = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x(1+\ln x)} \mathrm{d}x$
16. $I_{16} = \int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+\mathrm{e}^x} \ \mathrm{d}x$
17. $I_{17} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x \ \mathrm{d}x$
18. $I_{18} = \int_1^4 x\sqrt{x} \ \mathrm{d}x$
19. $I_{19} = \int_1^2 \frac{3}{1+x^2} \ \mathrm{d}x$
20. $I_{20} = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln\sqrt{x}}{x} \ \mathrm{d}x$
21. $I_{21} = \int_1^8 \sqrt[3]{x} \ \mathrm{d}x$
22. $I_{22} = \int_1^3 (x|x-2|)\mathrm{d}x$
23. $I_{23} = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{\mathrm{e}^x+1} \ \mathrm{d}x$
24. $I_{24} = \int_0^{\ln 2} \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1} \ \mathrm{d}x$
25. $I_{25} = \int_0^1 \mathrm{e}^{2x} \ \mathrm{d}x$
26. $I_{26} = \int_1^2 \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}} \ \mathrm{d}x$

Yassine Elamri

27 $I_{27} = \int_1^2 \left(x^{\frac{-2}{5}} + x^{\frac{1}{3}}\right) dx$

28 $I_{28} = \int_0^1 x\sqrt[3]{x^2+1}\, dx$

29 $I_{29} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\, dx$

30 $I_{30} = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x\ln^2 x}\, dx$

31 $I_{31} = \int_1^8 (1+\sqrt[3]{x})^2\, dx$

32 $I_{32} = \int_1^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}\, dx$

33 $I_{33} = \int_0^1 \mathrm{e}^{3x-1}\, dx$

34 $I_{34} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\mathrm{e}^{\cos(x)} dx$

35 $I_{35} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x)}{2+\sin(x)} dx$

36 $I_{36} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x\, dx$

37 $I_{37} = \int_{-1}^1 x\mathrm{e}^{x^2}\, dx$

38 $I_{38} = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln(x)}{x}\, dx$

39 $I_{39} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\, dx$

40 $I_{40} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\tan^2 x}{\tan x}\, dx$

41 $I_{41} = \int_{-1}^1 (2x+3)\left(x^2+3x+4\right)^3\, dx$

42 $I_{42} = \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} (3x-1)\sqrt{3x-1}\, dx$

43 $I_{43} = \int_0^2 (x-1)\sqrt{x^2-4x+5}\, dx$

44 $I_{44} = \int_0^1 \frac{e^{2x}-e^x+3}{2e^x}\, dx$

45 $I_{45} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\sin^2 x}}\, dx$

46 $I_{46} = \int_1^4 \left(2x+\frac{1}{x}-3\sqrt{x}\right) dx$

47 $I_{47} = \int_0^{\pi} \sin x\sqrt{3-\cos(x)} dx$

48 $I_{48} = \int_1^4 \sqrt{x}\left(x^2+x+1\right) dx$

49 $I_{49} = \int_1^2 (\sqrt[3]{x}-\sqrt{x})x^{\frac{2}{3}}\, dx$

50 $I_{50} = \int_1^{\mathrm{e}} \left((x+1)e^{x^2+2x+3}\right) dx$

51 $I_{51} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)e^{\cos(x)} dx$

52 $I_{52} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+\sin^2(x)}} dx$

53 $I_{53} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{(1+\sin^2 x)^3}\, dx$

Yassine Elamri

54 $I_{54} = \int_0^{\pi} (1+\cos x)^2 \times \sin x \, dx$

55 $I_{55} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \times \sin x \, dx$

56 $I_{56} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \times \cos^3 x \, dx$

57 $I_{57} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3(x) + \tan(x) dx$

Exercice

On utilisant une intégration par partie, calculer les intégrales suivantes

$I_1 = \int_1^{e} \ln x \, dx$; $I_2 = \int_1^{e} x \ln x \, dx$; $I_3 = \int_1^{3} \left(x^2 - 2x\right) \ln x \, dx$

$I_4 = \int_1^{e^2} |1 - \ln x| dx$; $I_5 = \int_1^{2} \ln\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right) dx$; $I_6 = \int_1^{e} \ln^2 x \, dx$

$I_7 = \int_0^{3} (x-1)^2 e^{2x} \, dx$; $I_8 = \int_0^{\ln 2} x \left(e^{2x} + e^{-x}\right) dx$; $I_9 = \int_0^{1} (2x+1)^2 e^{-x} \, dx$

$I_{10} = \int_0^{\ln 2} x e^{2x} \, dx$; $I_{11} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$; $I_{12} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \times \ln(1+\cos x) dx$

Exercice

1 Montrer que $H : x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive pour $h : x \mapsto \ln x$

2 Montrer que : $\int_1^{e} \ln x \, dx = 1$

3 On utilisant une intégration par partie, montrer que : $\int_1^{e} \ln^2 x \, dx = e - 2$

Exercice

1 Déterminer les fonctions primitives de la fonction : $x \mapsto 2x\left(x^2-1\right)^{2022}$

2 Vérifeir que : $\int_1^{\sqrt{2}} 2x\left(x^2-1\right)^{2022} \, dx = \frac{1}{2023}$

3 On utilisant une intégration par partie, montrer que : $\int_0^{2} (2x+1)\ln(x+1) dx = 6\ln 3 - 2$

Exercice

1 a Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}); \frac{x^3}{x^2+1} = x - \frac{x}{x^2+1}$

b Calculer : $\int_{-1}^{0} \frac{x^3}{x^2+1} \, dx$

2 a Déterminer a et b de façon que : $(\forall x \in \mathbb{R} - \{-1;1\}); \frac{1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$

Yassine Ftimi

b Calculer l'intégrale : $\int_{-3}^{2} \frac{1}{x^2-1}\,dx$

3 a Déterminer a et b de façon que : $(\forall x \in \mathbb{R}-\{-1;1\}); \frac{x^2+3}{(x-1)(x+1)^2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x+1)^2}$

b Calculer l'intégrale : $\int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+3}{(x-1)(x+1)^2}\,dx$

Exercice

Soit n un entier naturel. On pose : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\pi x} \sin x\,dx$ et $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\pi x} \cos x\,dx$

1 Calculer I_o et J_o

2 On utilisant une intégration par partie, montrer que : $I_n + nJ_n = 1$ et $nI_n - J_n = e^{-n\frac{\pi}{2}}$

3 Déduire I_n et J_n en fonction de n

Exercice

1 Déterminer une primitive pour la fonction $(x \in \mathbb{R}^+); h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$

2 Montrer que : $\int_0^2 xe^x\,dx = e^2 + 1$

3 Montrre que : $\int_0^2 \frac{x^2e^x}{(x+2)^2}\,dx = 1$

Yassine Elamri