Nombres relatifs-produit et quotient

I Produit de deux nombres décimaux relatifs

Activité

Partie ❶ :

1 Écris chaque multiplication sous la forme d'une longue addition puis calculer alors le résultat

Exemple : $3\times(-6)=(-6)+(-6)+(-6)=(-24)$

Donc : $3\times(-6)=(-24)$

A ton tour

✸ $4\times(-3)=\ldots\cdots=\ldots$

Donc $4\times(-3)=\ldots$

✸ $2\times(-9)=\ldots\cdots=\ldots$

Donc $2\times(-9)=\ldots$

✸ $3\times(-8)=\ldots\cdots=\ldots$

Donc $3\times(-8)=\ldots$

2 Que peut-on dire du produit d'un nombre positifs par un nombre négatif ?

Partie ❷ :

1 Voici un extrait de la table de multiplication par (-3)

➻ $(-3)\times4=\ldots$	➻ $(-3)\times3=\ldots$	➻ $(-3)\times2=\ldots$
➻ $(-3)\times1=\ldots$	➻ $(-3)\times0=\ldots$	➻ $(-3)\times(-1)\ldots$
➻ $(-3)\times(-2)=\ldots$	➻ $(-3)\times(-3)=\ldots$	➻ $(-3)\times(-4)=\ldots$

Compléter la table

2 Que peut-on dire du produit d'un nombre négatif par un nombre négatif

1 Produit de deux nombres décimaux relatifs

Règle

(Règle des signes) ✸ Le produit de deux nombres relatifs de même signe, est un nombre positif

✸ Le produit de deux nombres relatifs signes contraires, est un nombre négatif

Yassine Elamri

https://steinmath.com

EXEMPLES

$(+3) \times (+5)$ — Même signe → Positif

$(+33) \times (-15.3)$ — Signe contraire → Négatif

$(-4.32) \times (-15.25)$ — Même signe → Positif

$(-0.24) \times (+9201)$ — Signe contraire → Négatif

✷ ***Autres exemples*** :

- ☆ $(+7.2) \times (+2) \mapsto$ (positif)
- ☆ $(-3) \times (+2) \mapsto$ (négatif)
- ☆ $(-6) \times (-2) \mapsto$ (positif)
- ☆ $(+5.02) \times (-2) \mapsto$ (négatif)

Règle

Pour multiplier deux nombres relatifs
① On détermine le signe du produit avec la règle des signes
② On effectue le produit des distance à zéro

EXEMPLES

- ☆ $(+3) \times (+5) = +15$
- ☆ $(-6.1) \times (-2) = +12.2$
- ☆ $(-3) \times (+2) = -6$
- ☆ $(+13) \times (-4) = -52$
- ☆ $(+7) \times (+2) = +14$
- ☆ $(-4) \times (-4) = +16$
- ☆ $(+5.5) \times (-2.3) = -12.65$
- ☆ $(-10) \times (+12) = -120$

Remarque

On peut supprimer le signe '$\times$' devant un nombre relatif désigné par une lettre (a par exemple)
Par ailleurs, $a \times b$ s'écrit : ab et $a \times 9$ s'écrit de préfférence : $9a$
On écrit aussi $-5x$ au lieu d'écrire : $(-5) \times x$ ou $5 \times (-x)$

✹ ***Cas particulier*** : Pour tout nombre relatifs a :

$$1 \times a = a \times 1 = a \qquad (-1) \times a = a \times (-1) = -a \qquad 0 \times a = a \times 0 = 0$$

Application

Calculer :

❶ $A = (+11) \times (+6)$ ❷ $B = (+2.5) \times (+19)$ ❸ $C = (+0.25) \times (-7)$
❹ $D = (-200) \times (+4)$ ❺ $E = (-14) \times (-9)$ ❻ $F = (-32) \times (-3)$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Produit de plusieurs nombres relatifs

Activité

1 Calculer

✶ $A = (+5) \times (-2) \times (-3)$

$A = \cdots\cdots\cdots \times (-3)$

$A = \cdots\cdots\cdots$

✶ $B = (-4) \times (-1) \times (+3) \times (-2)$

$B = \cdots\cdots\cdots \times (+3) \times (-2)$

$B = \cdots\cdots\cdots \times (-2)$

$B = \cdots\cdots\cdots$

2 Calculer de la même manière

✶ $C = (-1) \times (+5) \times (+8)$

$C = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$C = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

✶ $D = (+4) \times (-2) \times (-3) \times (-3)$

$D = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$D = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$D = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

3 Alors, as-tu une idée pour trouver très rapidement le signe de ces produits ?

Règle

☆ Le produit de plusieurs nombres relatifs est positif s'il comporte un nombre pair de facteurs négatifs

☆ Le produit de plusieurs nombres relatifs est négatif s'il comporte un nombre impair de facteurs négatifs

Exemples

★ : $A = (-5) \times (-2) \times (+1) \times (-4)$

On a le produit A comporte 3 facteurs négatifs et 3 est nombre impair, donc A est négatif

★ : $B = (-3) \times (+6) \times (+7) \times (-2) \times (-9) \times (-5)$

On a le produit B comporte 4 facteurs négatifs et 4 est nombre pair, donc A est positif

• Exemple

Pratiquement :

Calculons : $(-20) \times (-3) \times (+13) \times (+6) \times (+8) \times (-5)$

❶ On détermine le signe du produit :

Il y a 3 (nombre ompair) facteurs négatif, donc, le produit est négatif

❷ On multiplie les distance à zéro :

$20 \times 3 \times 13 \times 6 \times 8 \times 5 = 60 \times 78 \times 40 = 60 \times 40 \times 78 = 2400 \times 78 = 187200$

❸ conclusion du produit :

$(-20) \times (-3) \times (+13) \times (+6) \times (+8) \times (-5) = (-187200)$

Yasine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Application

Déterminer le signe des produits suivants :

- $E = (-61) \times (+12) \times (-5)$
- $F = (-16) \times (-22) \times (-5) \times (+12) \times (-7)$

Calculer les produits suivants :

- $G = (-6) \times (+9) \times (-5)$
- $H = (-16) \times (-2) \times (-5) \times (+3) \times (-7)$

II Quotient de deux nombres relatifs

Activité

1. En remarquant l'exemple suivant : On écrit : $3 \times 5 = 15$, c'est à dire $5 = \frac{15}{3}$ et $3 = \frac{15}{5}$
   Compléter :
   - a) $4 \times \cdots = 12$, c'est à dire : ..... et .....
   - b) $\cdots \times (-5) = -35$, c'est à dire : ..... et .....
   - c) $(-6) \times \cdots = -36$, c'est à dire : ..... et .....
   - d) $\cdots \times (-3) = 21$, c'est à dire : ..... et .....
2. Récapitule ces résultats dans le tableau suivant en le complétant :

	Quotient à calculer	Signe du numérateur	Sign du dénominateur	Même signe (oui ou non)	Signe du quotient
a)					
b)					
c)					
d)					

3. Que peut-on déduire ?

Activité

On considère le nombre : $A = \dfrac{(-7) \times (-4) \times 5 \times (-3)}{2 \times (-5) \times (-6) \times (-1)}$

1. Quel est le signe du numérateur ?
2. Quel est le signe du dénominateur ?
3. En déduire le signe du nombre A ?
4. Calculer le nombre A

1 Quotient de deux nombres

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Définition

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs tel que $b \neq 0$
Le nombre décimal relatif c qui vérifie : $a = b \times c$ s'appelle le quotient de a par b
Et on écrit : $\frac{a}{b} = c$ ou $a \div b = c$ ou encore (moins utilisé) $a : b = c$

EXEMPLES

- ⋆ $(-10) \div 5 = \frac{-10}{5} = (-2)$, car $-10 = 5 \times (-2)$
- ⋆ $(-21) \div (-7) = \frac{-21}{-7} = 3$, car $-21 = (-7) \times 3$
- ⋆ $63 \div (-7) = \frac{63}{-7} = 9$, car $-10 = 5 \times (-2)$

Quotient particuliers :
Soit a un nombre décimal relatif non nul

- ☞ $\frac{a}{1} = a$
- ☞ $\frac{a}{a} = 1$
- ☞ $\frac{0}{a} = 0$
- ☞ $\frac{a}{0}$ (n'a pas de sens)

2 Signe d'un quotient

Règle

(Règle des signes) Soient a et b deux nombre décimaux relatif
★ SI a et b sont de même signe, alors $\frac{a}{b}$ est positif
★ SI a et b sont de signes contraires, alors $\frac{a}{b}$ est négatif

EXEMPLES

- ❖ $\frac{-10}{7} = -\frac{10}{7}$
- ❖ $\frac{-35}{-11} = \frac{35}{11}$
- ❖ $\frac{111}{-37} = \frac{-111}{37} = -\frac{111}{37}$

Remarque

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs tel que $b \neq= 0$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

3 Division de deux nombres relatifs

Règle

Pour diviser deux nombres relatifs non nuls, on divise les distances à zéro et on applique la règle des signes

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

EXEMPLES

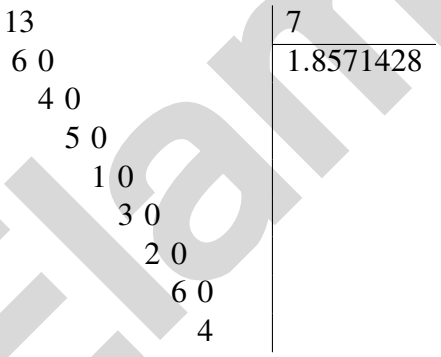
- $A = (-60) \div (-5) = +15$
- $B = (-30) \div (+4) = (-7.5)$
- $C = (+100) \div (+20) = ++5$
- $D = (+55) \div (-11) = (-5)$

4 Valeur approchée d'un quotient

• Exemple

On veut calculer le quotient de 13 par -7
Ce quotient est négatif

- -1.9 est une valeur approchée au dixième par défaut de $\frac{13}{-7}$
- -1.8 est une valeur approchée au dixième par excès de $\frac{13}{-7}$
- $-1.9 < \frac{13}{-7} < -1.8$ est un encadrement au dixième de $\frac{13}{-7}$



Application

Calculer :

- $A = 45 \div (-5)$
- $B = (-56) \div (-8)$
- $C = (-59) \div (10)$
- $D = \frac{10}{(-2)}$
- $E = \frac{(-60)}{(-4)}$
- $F = \frac{(+5)}{(+2)}$

Solution

- $A = 45 \div (-5) = -9$
- $B = (-56) \div (-8) = 7$
- $C = (-59) \div (10) = -5.9$
- $D = \frac{10}{(-2)} = -5$
- $E = \frac{(-60)}{(-4)} = 15$
- $F = \frac{(+5)}{(+2)} = 2.5$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today