I Développement et factorisation

Activité

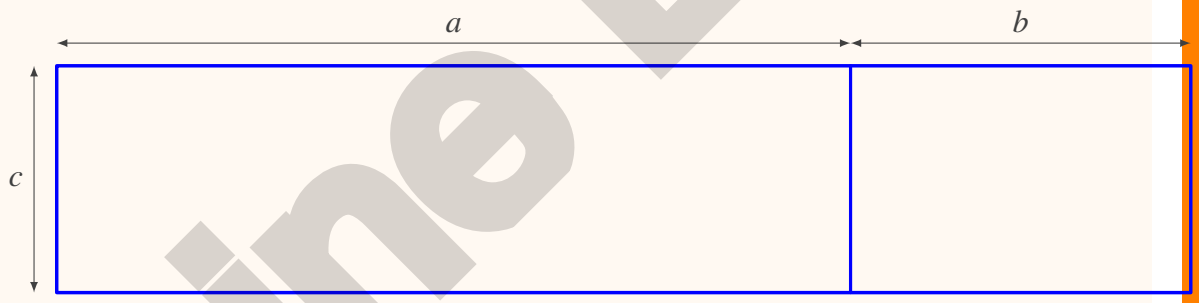
1 Calculer $\frac{3}{7}+\frac{-2}{3}$ et $\frac{4}{5}\times\left(\frac{3}{7}+\frac{-2}{3}\right)$

2 Calculer $\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{5}\times\frac{-2}{3}$

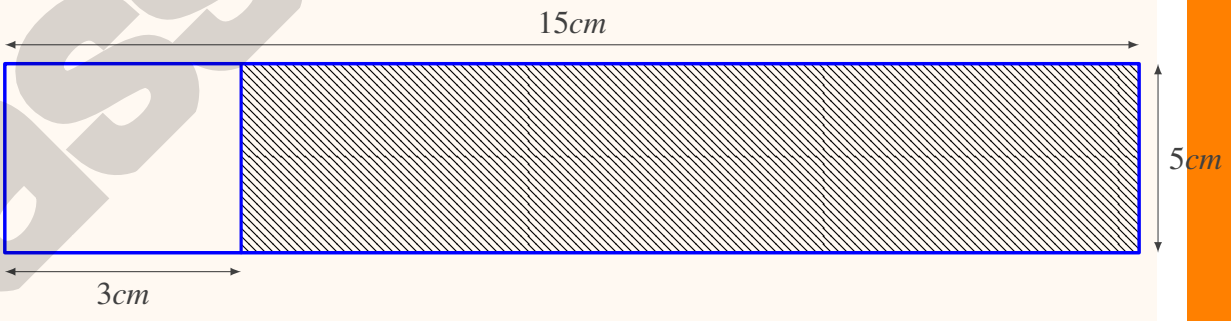
3 Comparer $\frac{4}{5}\times\left(\frac{3}{7}+\frac{-2}{3}\right)$ et $\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}+\frac{4}{5}\times\frac{-2}{3}$

Activité

1 Calculer l'aire du rectangle de deux manières différentes



2 Calculer l'aire de la partie (rectangle) rayée de deux manières différentes



Yassine Elamri

1 Règle du développement et de factorisation

Définition

★ Le développement c'est l'écriture d'un produit sous forme d'une somme
★ La factorisation c'est l'écriture d'une somme sous forme d'un produit

Règle

Soient a, b et k trois nombres rationnels

$$\text{Le développement} \longrightarrow$$
$$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$$
$$k\times(a-b)=k\times a-k\times b$$
$$\longleftarrow \text{La factorisation}$$

EXEMPLES

✯ Développement :

$$A = 2.5\times(-3+11) = 2.5\times(-3)+2.5\times 11 = -7.5+27.5 = 20$$

$$B = \frac{-2}{3}\times\left(\frac{-3}{4}-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right)-\left(\frac{-2}{3}\right)\times\frac{1}{2} = \frac{(-2)\times(-3)}{3\times 4}-\frac{(-2)\times 1}{3\times 2}$$
$$= \frac{\cancel{2}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{2}\times 2}-\frac{(-1)\times\cancel{2}}{3\times\cancel{2}} = \frac{1}{2}-\frac{-1}{3} = \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{3}{6}+\frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

✯ Factorisation :

$$C = 2\times\frac{1}{5}+2\times\frac{4}{3} = 2\times\left(\frac{1}{5}+\frac{4}{3}\right) = 2\times\left(\frac{3}{15}+\frac{20}{15}\right) = 2\times\frac{3+20}{15}$$
$$= 2\times\frac{23}{15} = \frac{2\times 23}{15} = \frac{46}{15}$$

$$D = \frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{7}\right)-\frac{3}{5} = \frac{3}{5}\times\left(\frac{-1}{7}-1\right) = \frac{3}{5}\times\left(\frac{-1}{7}-\frac{7}{7}\right) = \frac{3}{5}\times\frac{-1-7}{7}$$
$$= \frac{3}{5}\times\frac{-8}{7} = \frac{3\times(-8)}{5\times 7} = \frac{-24}{35}$$

❀ L'opposé d'une somme
Soient a et b deux nombres rationnels

$$-(a+b)=(-a)+(-b)$$

❀ L'opposé d'une différence
Soient a et b deux nombres rationnels

$$-(a-b)=-a+b$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

EXEMPLES

★ $-\left(\frac{7}{14}+\frac{15}{9}\right) = \left(\frac{-7}{14}\right)+\left(\frac{-15}{9}\right) = \frac{-1}{2}+\frac{-5}{3} = \frac{-3}{6}+\frac{-10}{6} = \frac{-3-10}{6} = \frac{-13}{6}$

★ $-\left(\frac{25}{10}-\frac{9}{6}\right) = \left(\frac{-25}{10}\right)+\left(\frac{9}{6}\right) = \frac{-5}{2}+\frac{3}{2} = \frac{-5+3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

II Somme et produit de plusieurs nombres rationnels

1 Règle de calcul d'une somme de plusieurs nombres

Règle

La somme de plusieurs nombres rationnels ne change pas :
✪ Si on change l'ordre des termes
✪ Si on remplace des termes par leurs somme

EXEMPLES

$$\begin{aligned}
\Rightarrow A &= \frac{3}{7}+\frac{5}{2}-\frac{11}{7}+\frac{7}{2}\\
&= \frac{3}{7}-\frac{11}{7}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\\
&= \frac{3-11}{7}+\frac{5+7}{2}\\
&= \frac{-8}{7}+\frac{12}{2}\\
&= \frac{-8}{7}+6\\
&= \frac{-8}{7}+\frac{42}{7}\\
&= \frac{-8+42}{7} = \frac{34}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow B &= \frac{14}{3}+\frac{1}{2}-1-\frac{7}{6}\\
&= \frac{14}{3}-\frac{7}{6}+\frac{1}{2}-1\\
&= \frac{28}{6}-\frac{7}{6}+\frac{1}{2}-\frac{2}{2}\\
&= \frac{28-7}{6}+\frac{1-2}{2}\\
&= \frac{21}{6}+\frac{-1}{2}\\
&= \frac{21}{6}+\frac{-3}{6}\\
&= \frac{21-3}{6}\\
&= \frac{18}{6} = 3
\end{aligned}$$

2 Règle de calcul d'un produit de plusieurs nombres

Règle

Le produit de plusieurs nombres rationnels ne change pas :
✪ Si on change l'ordre des facteurs
✪ Si on remplace des facteurs par leurs produit

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

EXEMPLES

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow A &= \frac{7}{6}\times\frac{-4}{9}\times\frac{6}{2}\\
&= \left(\frac{7}{6}\times\frac{6}{2}\right)\times\frac{-4}{9}\\
&= \frac{7\times\cancel{6}}{\cancel{6}\times 2}\times\frac{-4}{9}\\
&= \frac{7}{2}+\frac{-4}{9}\\
&= \frac{\cancel{21}}{6}+\frac{-1}{2}\\
&= \frac{7\times\cancel{2}\times(-2)}{\cancel{2}\times 9}\\
&= \frac{7\times(-2)}{9}\\
&= \frac{-14}{9}\\
&= 3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow B &= \frac{-4}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{-5}{3}\times 11\\
&= \frac{-4}{5}\times\frac{-5}{3}\times\frac{1}{3}\times 11\\
&= \frac{(-4)\times(-5)}{5\times 3}\times\frac{1\times 11}{3}\\
&= \frac{(-4)\times(-1)\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times 3}\times\frac{11}{3}\\
&= \frac{4}{3}\times\frac{11}{3}\\
&= \frac{4\times 11}{3\times 3}\\
&= \frac{44}{9}
\end{aligned}
$$

III Les règles d'organisation de calcul

1 Calcul sans parenthèses

Règle

Dans un calcul sans parenthèses, on commence par la multiplication et la division avant l'addition et la soustraction

• Exemple

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow A &= \frac{7}{5}+\frac{6}{8}\times\frac{12}{4}-\frac{9}{15}\div\frac{2}{4}\\
&= \frac{7}{5}+\frac{6\times 12}{8\times 4}-\frac{9}{15}\times\frac{4}{2}\\
&= \frac{7}{5}+\frac{3\times\cancel{2}\times\cancel{4}\times 3}{\cancel{2}\times\cancel{4}\times 4}-\frac{9\times 4}{15\times 2}\\
&= \frac{7}{5}+\frac{9}{4}-\frac{3\times\cancel{3}\times 2\times\cancel{2}}{\cancel{3}\times 5\times\cancel{2}}\\
&= \frac{7}{5}+\frac{9}{4}-\frac{6}{5}\\
&= \frac{7}{5}-\frac{6}{5}+\frac{9}{4}\\
&= \frac{7-6}{5}+\frac{9}{4}\\
&= \frac{1}{5}+\frac{9}{4}\\
&= \frac{4}{20}+\frac{45}{20}\\
&= \frac{4+45}{20}\\
&= \frac{49}{20}
\end{aligned}
$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Calcul avec parenthèses

Règle

Dans un calcul avec parenthèses, on calcule d'abord ce qui est entre parenthèse en commençant par les parenthèses les plus intérieurs

• Exemple

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow A &= \frac{2}{5}\times\left[\frac{1}{2}+\left(3-\frac{2}{3}\right)\right]-1\\
&= \frac{2}{5}\times\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{9}{3}-\frac{2}{3}\right)\right]-1\\
&= \frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{9-2}{3}\right)-1\\
&= \frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{3}\right)-1\\
&= \frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{6}+\frac{14}{6}\right)-1\\
&= \frac{2}{5}\times\frac{3+14}{6}-1\\
&= \frac{2}{5}\times\frac{17}{6}-1\\
&= \frac{2\times 17}{5\times 6}-1\\
&= \frac{\cancel{2}\times 17}{5\times\cancel{2}\times 3}-1\\
&= \frac{17}{15}-1\\
&= \frac{17}{15}-\frac{15}{15}\\
&= \frac{17-15}{15}\\
&= \frac{2}{15}
\end{aligned}
$$

Remarque

✯ Pour effectuer une suite d'opérations ne contenant que des additions et des soustractions et sans parenthèses, on effectue les calcul de gauche à droite

✯ Pour effectuer une suite d'opérations ne contenant que des multiplication et des divisions et sans parenthèses, on effectue les calcul de gauche à droite

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today