# Ordre dans $\mathbb{R}$



## Exercice

Comparer $A$ et $B$ dans les cas suivantes :

- $A = 1+3\sqrt{2}$ et $B = 3\sqrt{3}$
- $A = \frac{1}{n}$ et $B = \frac{1}{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$
- $A = 2a$ et $B = a^2+1$ avec $a \in \mathbb{R}$
- $A = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$ et $B = \sqrt{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$
5. $A = \sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $B = \sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$ avec $x \in \mathbb{R}^+$

## Exercice

On considère les deux nombres $a = 2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$ et $b = \sqrt{39-12\sqrt{10}}$

1. Montrer que $a \geq 0$
2. Calculer $a^2$ et $b^2$
3. Comparer $a$ et $b$, puis déduire une comparaison de $(1-\frac{3}{a})$ et $(1-\frac{3}{b})$

## Exercice

Soient $x$ et $y$ deux nombres réels tels que $-4 \leq x \leq -1$ et $3 \leq y \leq 5$. Encadrer :

- $x+y$
- $x-y$
- $xy$
- $\frac{x^2}{y^2-2xy}$

## Exercice

Dans chacun des cas suivants, représenter sur un axe, puis écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels $x$ tels que :

- $-4 \leq x \leq 1$
- $x \geq 5$
- $x < 2$
- $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3}$



Yassine Elamri

## Exercice

Compléter par l'un des symboles "$\in$";"$\notin$";"$\subset$" ou "$\not\subset$" :

- $-\frac{1}{2}\ldots[-1,\sqrt{2}[$
- $\sqrt{3}\ldots]\sqrt{3},12[$
- $2010\ldots]0,+\infty[$
- $]-2,1[\ldots[-2,0]$
- $]-6,0[\ldots]-\infty,1[$
- $]-\infty,-1[\ldots]1,+\infty[$

## Exercice

A l'aide d'un schéma, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles $I$ et $J$ dans les cas suivantes :

- $I=[-5,-2]$ et $J=[-3,+\infty[$.
- $I=]0,\sqrt{5}]$ et $J=]-\infty,\sqrt{2}]$.
- $I=]-\infty,\frac{3}{4}]$ et $J=[-\frac{3}{2},+\infty[$.
- $I=]3,7]$ et $J=]8,+\infty[$.
- $I=[-1,1]$ et $J=]-\infty,2[$.

## Exercice

Soient $x$ et $y$ deux nombres réels tels que $-x\in[-2,2]$ et $y\in[5,9]$. Encadrer :

- $x+y$
- $x-y$
- $xy$
- $\frac{x}{y}$

## Exercice

Calculer et simplifier :

- $|\sqrt{5}-2|-|\sqrt{5}-3|-|4-2\sqrt{5}|$
- $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|+2|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}|-|2\sqrt{2}-3|$
- $\sqrt{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2}$
- $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$

Yassine Elamri

## Exercice

Soit $a$ un réel tel que : $|4a+5| \leq 1$

1. Montrer que : $-\frac{3}{2} \leq a \leq -1$
2. Encadrer $(2a+1)^2$
3. a. Développer $(2a+1)^2(1-a)$
   b. Montrer que : $2 \leq -4a^3+3a+1 \leq 10$

## Exercice

1. Déterminer tout les valeurs approchées de $\frac{3}{7}$ à $0.1$ près.
2. Sachant que $\frac{2}{3}$ est une valeur approchée de $a$ à $2 \times 10^{-1}$ près par défaut.
   a. Montrer que $\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{13}{15}$
   b. Montrer que $|\frac{a}{a-1}| \leq \frac{13}{2}$

## Exercice

Soit $x$ un nombre réel.

1. Vérifier que : $x^2-2x = (x-1)^2-1$
2. Soit $x$ dans l'intervalle $[1,3]$. Montrer que : $-1 \leq x^2-2x \leq 3$
3. Sachant qu'on a $x \in [1,3]$.
   a. Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{x^2-2x+3} \leq \frac{3}{2}$
   b. En déduire que $|\frac{3}{x^2-2x+3}-1| \leq \frac{1}{2}$

## Exercice

Soient $x$ et $y$ deux réels tels que $0 < x < y$.

1. Montrer que $x^2 < xy < y^2$.
2. Montrer que si $xy = 15$ alors $x < \sqrt{15} < y$
3. montrer que $\frac{931}{241} < \sqrt{15} < \frac{3615}{931}$

Yassine Elamri

## Exercice

Soient $x$ et $y$ deux nombres réels tels que $1 \leq x \leq 2$ et $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$. On pose $A = x^2 - y^2 + x + y$

1. Encadrer l'expression $A$
2. a. Vérifier que $A = (x+y)(x-y+1)$
   b. En déduire un autre encadrement de $A$
3. Déduire que $\frac{3}{4} \leq A \leq \frac{29}{4}$

## Exercice

Soient $a$ et $b$ deux nombres réels tels que $a \geq 2$ et $b \geq 2$. On pose $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $y = \sqrt{ab} + 1$

1. Montrer que $x^2 - y^2 = (a-1)(1-b)$
2. Comparer $x$ et $y$
3. Application : Comparer les nombres $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ et $\sqrt{6}$

## Exercice

Soient $x$ et $y$ deux nombres réels strictement positifs tels que $x^2 + y^2 = 2$

1. Montrer que $(x+y)^2 = 2(1+xy)$
2. En déduire que $x + y > \sqrt{2}$

Yassine Elamri