Nombres rationnels : produit et quotient

I Produit de deux nombres rationnels

Activité

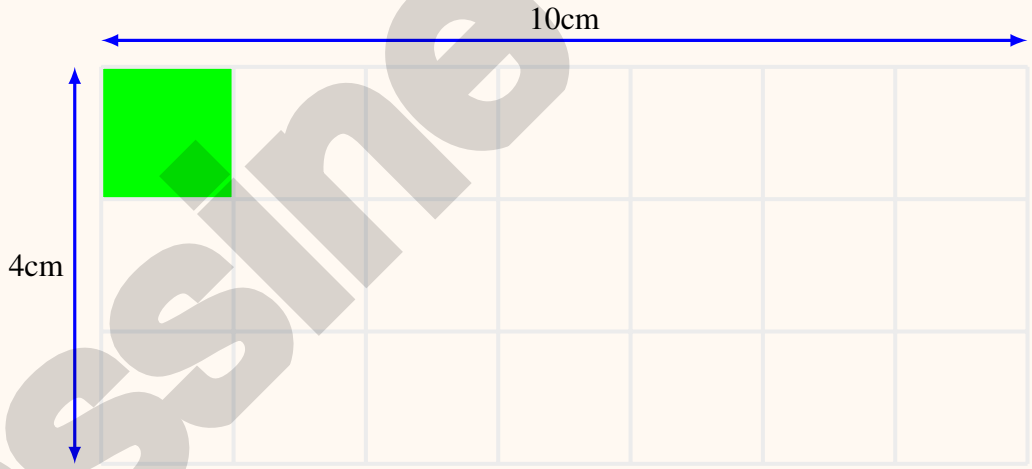
1. Calculer $798 \times (-436)$; $(-87) \times (-2465)$ et $(-3654) \times 95$
2. Écrire sous forme d'une fraction : 34 ; -4.92 et -635.67412

Activité

1. Montrer que $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = -6.25 \times 1.5$ et calculer $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2}$
2. Calculer le quotient du nombre $(-25) \times 3$ sur le nombre 4×2
3. Déduire que : $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{-25 \times 3}{4 \times 2}$

Activité

Calculer l'aire de la zone verte de deux façons différente



Règle

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples

★ $A = \frac{-3}{7} \times \frac{-11}{2} = \frac{(-3) \times (-11)}{7 \times 2} = \frac{33}{14}$

★ $B = \frac{-7}{13} \times \frac{2}{3} = \frac{(-7) \times 2}{13 \times 3} = \frac{-14}{39}$

★ $C = \frac{5}{19} \times (-7) = \frac{5 \times (-7)}{19} = \frac{-35}{19}$

★ $D = (-3) \times \frac{2}{-7} = \frac{(-3) \times 2}{-7} = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$

Yassine Elamri

https://steinmath.com

⚠

❶ Avant de calculer le produit de deux nombres rationnels, il faut d'abord les rendre irréductibles

❷ Dans un produit, pour rendre les nombres rationnels irréductibles, on le fait verticalement ou diagonalement

Verticalemnt

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

Diagonalement

Diagonalement

EXEMPLES

★ $A = \frac{22}{16} \times \frac{7}{3} = \frac{2 \times 11 \times 7}{2 \times 8 \times 3} = \frac{77}{24}$

★ $B = \frac{36}{24} \times \frac{-21}{14} = \frac{12 \times 3}{12 \times 2} \times \frac{7 \times (-3)}{7 \times 2} = \frac{3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{3 \times (-3)}{2 \times 2} = \frac{-9}{4}$

★ $C = \frac{35}{18} \times \frac{-9}{15} = \frac{5 \times 7 \times 9 \times (-1)}{2 \times 9 \times 5 \times 3} = \frac{7 \times (-1)}{2 \times 3} = \frac{-7}{6}$

★ $D = \frac{27}{36} \times \frac{20}{7} = \frac{9 \times 3}{9 \times 4} \times \frac{20}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{20}{7} = \frac{3 \times 4 \times 5}{4 \times 7} = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7}$

Propriété

Soit $\frac{a}{b}$ un nombre rationnel

$$\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b} \quad ;; \quad \frac{a}{b} \times 0 = 0 \quad ;; \quad \frac{a}{b} \times (-1) = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$$

EXEMPLES

★ $\frac{127}{141} \times 0 = 0$

★ $\frac{-13}{27} \times 1 = \frac{-13}{27}$

★ $\frac{19}{110} \times (-1) = -\frac{19}{110} = \frac{-19}{110}$

★ $(-1) \times \frac{-65}{14} = -\left(\frac{-65}{14}\right) = \frac{65}{14}$

II Produit de trois nombres rationnels

Activité

1 Calculer les opations suivantes :

↬ $\left(\frac{-3}{4} \times \frac{-4}{5}\right) \times \frac{1}{3}$

↬ $\frac{-3}{4} \times \left(\frac{-4}{5} \times \frac{1}{3}\right)$

2 Que remarquez-vous ?

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Propriété

Soient x, y et z trois nombres rationnels

$$x \times y \times z = (x \times y) \times z = x \times (y \times z) = (x \times z) \times y$$

EXEMPLES

$$\begin{aligned}
\Rightarrow A &= \frac{-15}{8} \times \frac{-4}{3} \times \frac{12}{10} \\
&= \frac{(-15) \times (-4)}{8 \times 3} \times \frac{12}{10} \\
&= \frac{\cancel{3} \times (-5) \times (-1) \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 2 \times \cancel{3}} \times \frac{12}{10} \\
&= \frac{5}{2} \times \frac{12}{10} \\
&= \frac{\cancel{5} \times \cancel{2} \times 6}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5}} \\
&= \frac{6}{2} = 3 \\
&= 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow B &= \frac{25}{6} \times \frac{24}{15} \times \frac{9}{8} \\
&= \frac{25}{6} \times \frac{24 \times 9}{15 \times 8} \\
&= \frac{25}{6} \times \frac{\cancel{8} \times \cancel{3} \times 3 \times 3}{5 \times \cancel{3} \times \cancel{8}} \\
&= \frac{25 \times 3 \times 3}{6 \times 5} \\
&= \frac{5 \times \cancel{5} \times 3 \times \cancel{3}}{2 \times \cancel{3} \times \cancel{5}} \\
&= \frac{15}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow C &= \frac{15}{-4} \times 3 \times \frac{8}{5} \\
&= \frac{15}{-4} \times \frac{8}{5} \times 3 \\
&= \frac{15 \times 8}{(-4) \times 5} \times 3 \\
&= \frac{\cancel{5} \times 3 \times 2 \times \cancel{4}}{(-1) \times \cancel{4} \times \cancel{5}} \times 3 \\
&= \frac{3 \times 2}{-1} \times 3 \\
&= -3 \times 2 \times 3 \\
&= -18
\end{aligned}$$

III Quotient de deux nombres rationnels

Activité

Calculer ce qui suit :

$$\frac{1}{3} \times \frac{7}{4} \quad ;; \quad \frac{-3}{2} \times \frac{5}{-7} \quad ;; \quad -\frac{-4}{3} \times \frac{11}{5} \quad ;; \quad \frac{16}{7} \times (-5) \quad ;; \quad (-11) \times \frac{-5}{-33}$$

Activité

Un gâteau sous forme d'un rectangle comme sur la figure ci-contre
Samir à manger son tiers, et Fadoua a mangé la moitié de ce que a mangé Samir

1. Exprimez, avec des fractions, ce que Samir a mangé et ce que Fadoua a mangé
2. Colorie en rouge la partie que Samir a mangée et en vert la partie que Fadoua a mangée
3. a. Combien coûte la partie verte du gâteau ?
   b. Déduire que : $\frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6}$
   c. Calculer : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$. Que conclues-tu ?
4. a. Quel est le signe des nombres $-\frac{\frac{1}{3}}{-2}$ et $\frac{\frac{1}{3}}{-2}$
   b. Conclure la calcule de : $-\frac{\frac{1}{3}}{-2}$ et $\frac{\frac{1}{3}}{-2}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1 L'inverse d'un nombre rationnel no nul

Définition

Soit $\frac{a}{b}$ un nombre rationnel non nul

On a $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

★ L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ et on le note $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ et on écrit : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

★ L'inverse du nombre $\frac{b}{a}$ est $\frac{a}{b}$

Propriété

Soient $\frac{a}{b}$ et x deux nombres rationnels non nuls

On a : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ et $x^{-1} = \frac{1}{x}$

Et on a : $\frac{a}{b} \times \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = 1$ et $x \times x^{-1} = 1$

Exemples

➳ L'inverse de $\frac{-11}{5}$ est $\left(\frac{-11}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{-11} = \frac{-5}{11} = -\frac{5}{11}$

➳ L'invers de $\frac{1}{7}$ est $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{1} = 7$

➳ L'inverse de -17 est $(-17)^{-1} = \frac{1}{-17} = \frac{-1}{17} = -\frac{1}{17}$

➳ L'inverse de $\frac{3}{-7}$ est $\left(\frac{3}{-7}\right)^{-1} = \frac{-7}{3} = -\frac{7}{3}$

2 Le quotient de deux nombres rationnels

Règle

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels tel que $c \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemples

➳ $A = \frac{12}{8} \div \frac{25}{15} = \frac{12}{8} \times \frac{15}{25} = \frac{\cancel{4} \times 3}{\cancel{4} \times 2} \times \frac{\cancel{5} \times 3}{\cancel{5} \times 5} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{9}{10}$

Yasine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

- $B = \dfrac{\frac{-14}{16}}{\frac{21}{-12}} = \dfrac{-14}{16} \times \dfrac{-12}{21} = \dfrac{(-14)\times(-12)}{16\times 21} = \dfrac{14\times 12}{16\times 21} = \dfrac{\cancel{7}\times\cancel{2}\times\cancel{4}\times\cancel{3}}{\cancel{4}\times\cancel{2}\times 2\times\cancel{7}\times\cancel{3}} = \dfrac{1}{2}$
- $C = \dfrac{6}{5} \div 3 = \dfrac{6}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{\cancel{3}\times 2}{5\times\cancel{3}} = \dfrac{2}{5}$
- $D = \dfrac{-32}{\frac{18}{12}} = \dfrac{-32}{1} \times \dfrac{12}{18} = \dfrac{-32\times\cancel{6}\times 2}{\cancel{6}\times 3} = \dfrac{-64}{3}$
- $E = \dfrac{\frac{10}{45}}{-20} = \dfrac{10}{45} \times \dfrac{1}{-20} = \dfrac{10}{45} \times \dfrac{-1}{20} = \dfrac{-10}{45\times 20} = \dfrac{10\times(-1)}{45\times\cancel{10}\times 2} = \dfrac{-1}{90}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today