Ensembles : $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; D; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$

Série d'exercices

Exercice : 1

Recopier puis compléter en utilisant l'un des symboles $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

1. $-12 \ldots \mathbb{N}$; $-12 \ldots \mathbb{Z}$; $-12 \ldots \mathbb{Q}$; $0 \ldots \mathbb{R}^*$; $0 \ldots \mathbb{R}$
2. $37,9 \ldots \mathbb{N}$; $37,9 \ldots \mathbb{Q}$; $3 \ldots \mathbb{R}^-$; $1,16161616 \ldots \mathbb{D}$
3. $\frac{95}{19} \ldots \mathbb{N}$; $\frac{95}{19} \ldots \mathbb{Z}$; $\frac{95}{19} \ldots \mathbb{Q}$; $\frac{12}{3} \ldots \mathbb{Z}$; $\frac{1}{2} \ldots \mathbb{Q}$
4. $\frac{7}{11} \ldots \mathbb{N}$; $\frac{7}{11} \ldots \mathbb{Z}$; $\frac{7}{11} \ldots \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \ldots \mathbb{Q}$; $\sqrt{25} \ldots \mathbb{N}$
5. $\mathbb{N} \ldots \mathbb{Z}$; $\mathbb{Q} \ldots \mathbb{D}$; $\mathbb{Q} \ldots \mathbb{R}$; $\mathbb{N} \ldots \mathbb{N}^*$; $\mathbb{N}^* \ldots \mathbb{Z}^+$

Exercice : 2

Soient x et y deux nombres entiers naturels premiers entre eux tels que : $\frac{1001}{5577} + \frac{285}{665} = \frac{x}{y}$

Calculer $x + y$

Exercice : 3

a, b, c sont des réels tels que $abc \neq 0$

Si $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, calculer c en fonction de a et b

Exercice : 4

Soient a et b deux nombres réels non nuls tels que : $(a-b)(3a-2b) = 2ab$

1. Montrer que $a \neq b$ et $a \neq -b$
2. Calculer $\frac{a+b}{a-b}$

Yassine Elamri

Exercice : 5

Calculer le nombre réel α sachant que :

$$2 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\alpha}$$

Exercice : 6

Calculer x sachant que :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = 2$$

Exercice : 7

Déterminer n de $\mathbb{N}^*$ dans chaque cas :

1. $7 - \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} + \frac{17}{16} + \frac{33}{32} + \frac{65}{66}\right) = \frac{n}{64}$
2. $\dfrac{1}{3 - \dfrac{1}{4 - \dfrac{1}{5 - \dfrac{1}{6}}}} = \dfrac{10(2n-3)}{43n}$

Exercice : 8

Soient x, y et z des nombres réels non nuls tels que :

$$(13x + y)(13x + z) = 169x(x+1) + yz$$

Calculer $y + z$

Exercice : 9

Soient x et y deux nombres réels non nuls tels que : $x \neq y$ et $2005(x+y) = 1$

1. Montrer que : $\dfrac{1}{xy} = 2005\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)$
2. Calculer la valeur de l'expression I suivante :

$$I = \frac{y}{y-x} - \frac{y-x}{y} - \frac{x}{y-x} - \frac{y-x}{x} + \frac{y}{x} - \frac{x}{y} + 2$$

Yassine Elamri

Exercice : 10

Simplifier les écritures suivantes :

A= $\dfrac{8^{93}\times 3^{-51}}{9^{25}\times 2^{280}}$

B= $\dfrac{\left(\dfrac{5^7\times 2^{-5}}{8\times 625}\right)}{\left(\dfrac{10^3\times 5^2}{56}\right)}$

C= $\dfrac{\left(3^7\times 2^{-6}\times 9^{-1}\right)^2}{\left(9^{-2}\times 3^2\times 2^{-1}\right)^3}$

D= $\left(\dfrac{5^8}{10^2\times 2}\right)\left(\dfrac{2^3\times 5^{-3}}{4\times 25}\right)^2$

Exercice : 11

En physique

Écrire les constantes universelles sous forme d'écriture scientifique :

1. $1U.A = 150000000$ km "Unité Astronomique".
2. $1A.L = 950\times 10^{13}$ m "Année Lumière".
3. $G = 0,0667\times 10^{-10} N.m^2.kg^{-2}$ "Constante de gravitation universelle" .
4. $c = 299792458\ m.s^{-1} \simeq 300000000\ m.s^{-1}$ "La célérité de la lumière dans le vide".
5. $g = 980,665\times 10^{-2} N.kg^{-1}$ "Intensité du champs de pesanteur".
6. $e = 1602,1892\times 10^{-22}$ C "Charge élémentaire".
7. $N_A = 60220,45\times 10^{19}$ km "Nombre d'Avogadro".

Exercice : 12

Factoriser ce qui suit :

1. $A = 9x^2-4$
2. $B = 64x^3-27$
3. $C = 27x^4+64x$
4. $D = (3x+2)^2-36(x+1)^2$
5. $E = (-2x+1)^2-(4-8x)(x+3)+\left(3-12x^2\right)$
6. $F = 36-16x^2$

Exercice : 13

Développer et réduire ce qui suit :

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1. $(2x+3)^2$
2. $(7x-3y)^2$
3. $(x+y)^2-(x-y)^2$
4. $(2x+3y)^3$
5. $(a+b)^3-(a-b)^3$
6. $(a+b-c)^3$

Exercice : 14

x et y sont deux réels tels que : $x^2-y^2=-1$

Calculer : $(x+y)\left((x+y)^{-1}+\dfrac{1}{(x-y)^{-1}}\right)$

Exercice : 15

x, y et z sont trois nombres distincts deux à deux. Montrer que :

$$\frac{x}{(x-y)(x-z)}+\frac{y}{(y-z)(y-x)}+\frac{z}{(z-x)(z-y)}=0$$

Exercice : 16

x, y et z sont des nombres réels.

On pose : $p=\dfrac{x+y+z}{2}$. Montrer que :

$$p^2+(p-x)^2+(p-y)^2+(p-z)^2=x^2+y^2+z^2$$

Exercice : 17

1. Développer $(x+y+z)^2$
2. On suppose que x, y et z sont des nombres réels non nuls. Montrer que :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0 \quad \text{signifie que} \quad (x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice : 18

Calculer :

A= $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{999}-\frac{1}{1000}\right)$

B= $\left(2-\frac{1}{3}\right)\left(2-\frac{2}{3}\right)\left(2-\frac{3}{3}\right)\ldots\left(2-\frac{100}{3}\right)$

Exercice : 19

a, b et c sont des réels positifs tels que :
$0 < a < b < c$ et $2b = a + c$
Montrer que : $\frac{2}{\sqrt{c}+\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$

Exercice : 20

Quel est le nombre de chiffres du nombre entier :
$N = 4^{32} \times 5^{71}$?

Exercice : 21

Déterminer tous les nombres entiers naturels non nuls x tels que : $(x^x)^x = x^{(x^x)}$

Exercice : 22

On considère a et b tels que :
$a = \sqrt{14+6\sqrt{5}}$ et $b = \sqrt{14-6\sqrt{5}}$

1. Calculer $\left(3+\sqrt{5}\right)^2$ et $\left(3-\sqrt{5}\right)^2$ puis simplifier a et b.
2. Montrer qu'il existe un nombre entier naturel t tel que :

$$\left(7+3\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)\sqrt{7-3\sqrt{5}} = t\sqrt{2}$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice : 23

Montrer que :

1. $\left(\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2=1$
2. $36^3=\left(27+3\sqrt{5}\right)^3+\left(27-3\sqrt{5}\right)^3$
3. $4^3=\left(\frac{\sqrt{85}+1}{2}\right)^3-\left(\frac{\sqrt{85}-1}{2}\right)^3$

Exercice : 24

x est un nombre réel non nuls.
On pose : $X=x+\frac{1}{x}$ et $Y=x-\frac{1}{x}$

1. Calculer $x^2+\frac{1}{x^2}$; $x^3+\frac{1}{x^3}$; $x^4+\frac{1}{x^4}$ en fonction de X
2. Calculer $x^2+\frac{1}{x^2}$; $x^3+\frac{1}{x^3}$; $x^4+\frac{1}{x^4}$ en fonction de Y

Exercice : 25

On pose : $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$; $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$; $c=\frac{2}{\sqrt{5}-1}$
Montrer que :

$$a^4+1=10a^2\ ;\ b^4+1=10b^2\ ;\ c=\frac{1}{1-\frac{1}{1+c}}$$

Exercice : 26

Déterminer un nombre entier naturel n composé de deux chiffres tel que : $\sqrt{n+\sqrt{n+7}}\in\mathbb{N}$

Exercice : 27

x et z sont deux entiers naturels tels que :

$$2^{3x+z-3}-11\times 2^{3x-5}+2^{z+2}=2000$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

1. Montrer que : $\left(2^{3x-5}+1\right)\left(2^{z+2}-11\right)=3^2\times 13\times 17$
2. En déduire les valeurs de x et z.

Exercice : 28

Déterminer n de $\mathbb{N}$ tel que : $\sqrt{1+5^n+6^n+11^n}\in\mathbb{N}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today