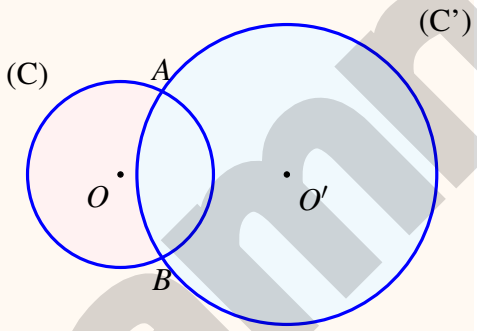
La symétrie axiale

Activité

Soit $C(O;r)$ et $C'(O';r')$ deux cercles sécants en A et B

★ Montrer que la droite (OO') est la médiatrice du segment $[AB]$

On dit que B est le symétrique de A par rapport à la droite (OO')



I Le symétrique d'un point

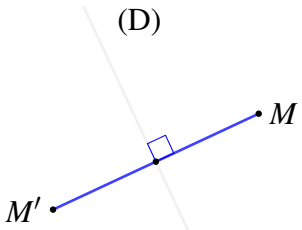
• Exemple

Soit (D) une droite, et M un point à l'exterieur de (D), c'est à dire $M \notin (D)$

Traçons le point M' tel que la droite (D) est la médiatrice du segment $[MM']$

★ Le point M' est appellé le symétrique du point M par rapport à la droite (D)

★ La droite (D) est appelé l'axe de symétrie



❋ Cas particulier

Soit (D) une droite et M un point de (D)

On remarque que le symétrique du point M par rapport à la droite (D) est le point M lui même

On dit que le symétrique d'un point appartenant à une droite, par rapport à cette droite, est le point lui même



Définition

Dire que le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D) est :

✷ Le point M' tel que la droite (D) est la médiatrice du segment $[MM']$ si $M \notin (D)$

✷ Le point M lui même si $M \in (D)$

Yassine Elamri

✪ Si le point M' est le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D), alors le point M est aussi le symétrique du point M' par rapport à la droite (D)
On dit que les points M et M' sont symétriques par rapport à la droite (D)
✪ Le symétrique de tout point d'une droite, par rapport à cette droite, est lui même

Application

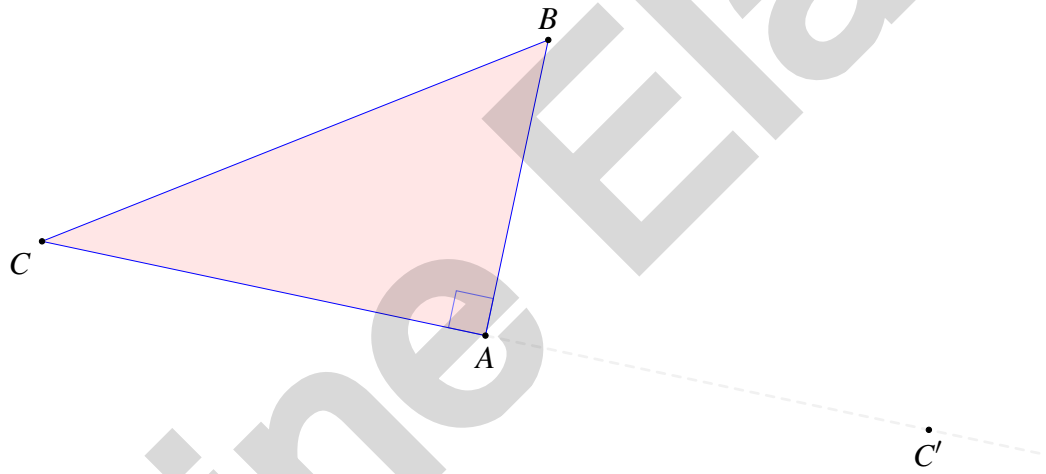
Soit ABC un triangle ractangle en A, C' est le symétrique de C par rapport au point A

1 Tracer une figure convenable

2 Montrer que C' est le symétrique du point C par rapport à la droite (AB)

Solution

1 Traçons une figure



2 On a C' est le symétrique de C par rapport à A, donc A estt le milieu du segment $[CC']$ ❶
On a ABC est un triangle rectangle en A, donc $(AB)\perp(AC)$, c'est à dire $(AB)\perp(CC')$ ❷
De ❶ et ❷ on déduit que (AB) est la médiatrice du segment $[CC']$
D'ou C' est le symétrique du point C par rapport à la droite (AB)

II Le symétrique d'une droite

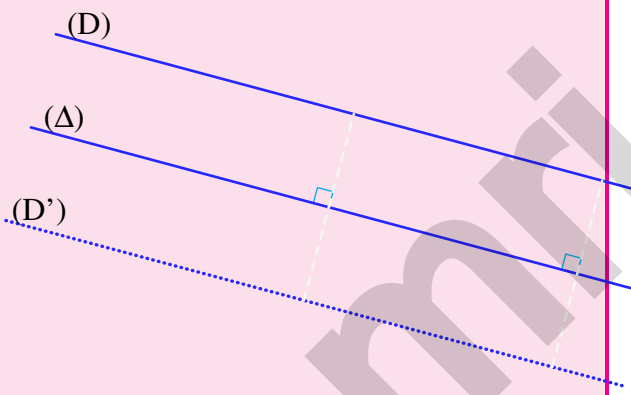
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

EXEMPLES

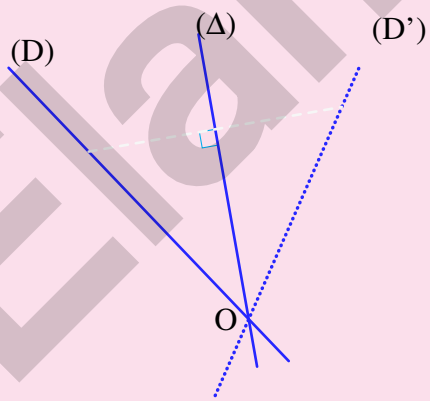
☆ Cas ① :

Soient (D) et (Δ) deux droites parallèles
Construisons la droite (D'), la symétrique de la droite (D) par rapport à la droite (Δ)
Pour cela, on va choisir deux points (sans les renommer) sur la droite (D), puis on va tracer leurs symétriques par rapport à la droite (Δ)
On remarque que : $(D') \parallel (\Delta)$



☆ Cas ② :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point O
Construisons la droite (D'), la symétrique de la droite (D) par rapport à la droite (Δ)
On remarque que (D') coupe aussi (Δ) en O



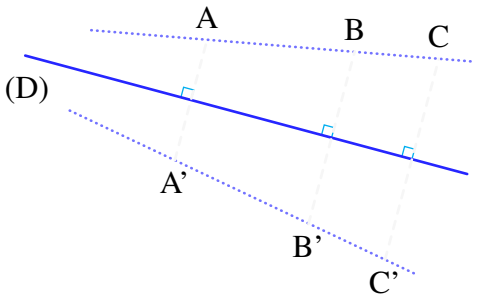
Propriété

Soient (D) et (Δ) deux droites et (D') le symétrique de (D) par rapport à (Δ)
❶ Si $(D) \parallel (\Delta)$ alors $(D') \parallel (D)$
❷ Si (D) et (Δ) sont sécantes en un point I, Alors (D') et (D) sont sont aussi sécantes au même point I

1 Conservation de l'alignement des points

• Exemple

Soit (D) une droite et A, B et C trois points alignés n'appartenats pas à (D)
Soient A', B' et C' les symétriques respectifs de A, B et C par rapport à la droite (D)
On remarque que les points A', B' et C' sont aussi alignés



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

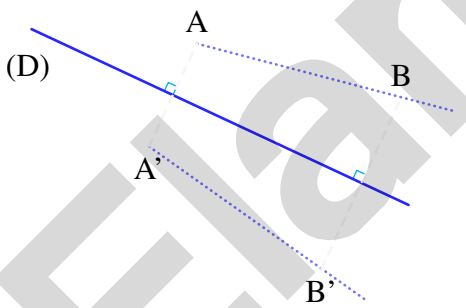
Propriété

Si les points A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points alignés A, B et C par rapport à une droite, alors les points A', B' et C' sont aussi alignés
On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points

2 Le symétrique d'une demi-droite

• Exemple

Soit (D) une droite et $[AB)$ une demi-droite tel que $A \notin (D)$ et $B \notin (D)$
Construisons la demi-droite $[A'B')$ le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à la droite (D)
Pour cela, on va construire A' et B' les symétriques respectifs de A et B par rapport à (D)



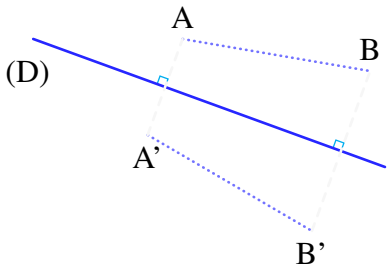
Propriété

Le symétrique d'une demi-droite $[AB)$ par rapport à une droite (D) est la demi-droite $[A'B')$ tel que A' et B' sont les symétriques respectifs de A et B par rapport à la droite (D)

III Le symétrique d'un segment

• Exemple

Soit (D) une droite et $[AB]$ un segment tel que $A \notin (D)$ et $B \notin (D)$
Construisons le segment $[A'B']$ le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (D)
Pour cela, on va construire A' et B' les symétriques respectifs de A et B par rapport à (D)
On remarque que $AB = A'B'$



Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite (D) est un segment de même longueur
On dit que la symétrie axiale conserve la distance

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Application

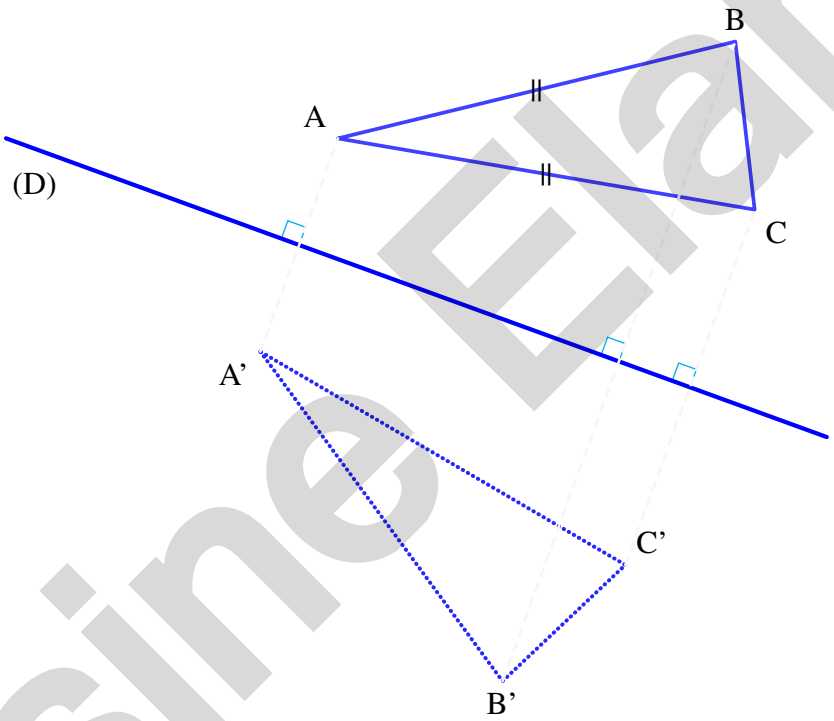
Soit ABC un triangle isocèle en A et (D) une droite
A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à la droite (D)

1 Faire une figure

2 Montrer que $A'B'C'$ est un triangle isocèle

Solution

1 Construisons une figure



2 On a A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à la droite (D)
Et on sait que la symétrie axiale conserve la distance

Donc $\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \end{cases}$

Or $AB = AC$ (car ABC est un triangle isocèle en A)
Donc $A'B' = A'C'$
D'ou le triangle $A'B'C'$ est isocèle en A'

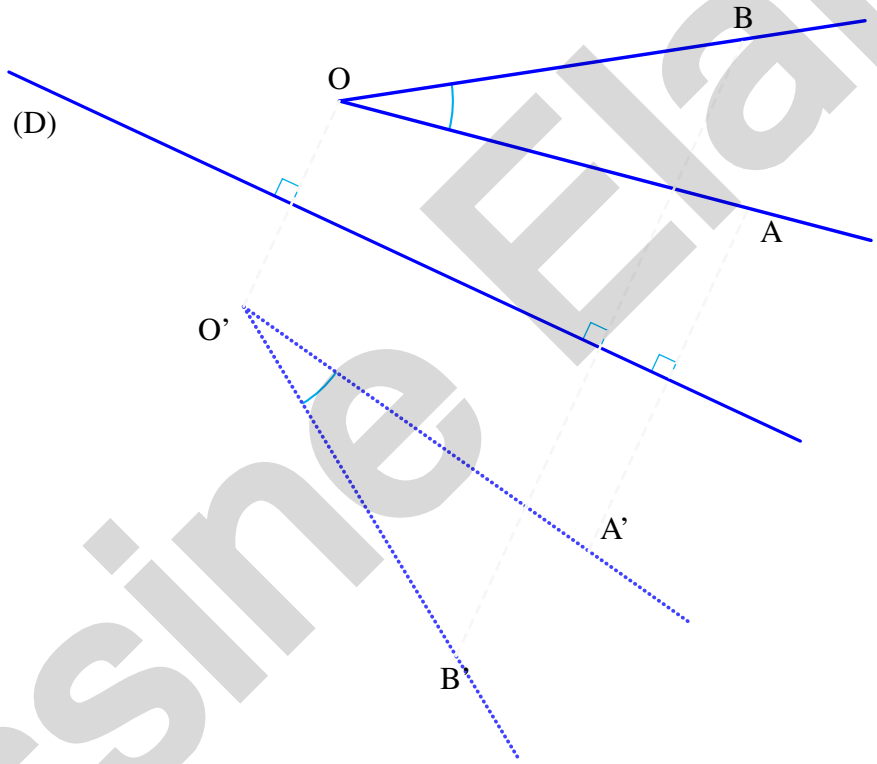
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

IV Le symétrique d'un angle

• Exemple

Soit (D) une droite et $\widehat{AOB}$ un angle
Construisons l'angle $\widehat{A'O'B'}$ le symétrique de l'angle $\widehat{AOB}$ par rapport à la droite (D)
Pour cela, on va construire A', O' et B' les symétriques respectifs de A, O et B par rapport à la droite (D)
On remarque que $\widehat{A'O'B'} = \widehat{AOB}$



Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure
Autrement dit, si A', O' et O' sont les symétriques respectifs des points A, O et B par rapport à la droite (D), alors $\widehat{A'O'B'} = \widehat{AOB}$
On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles

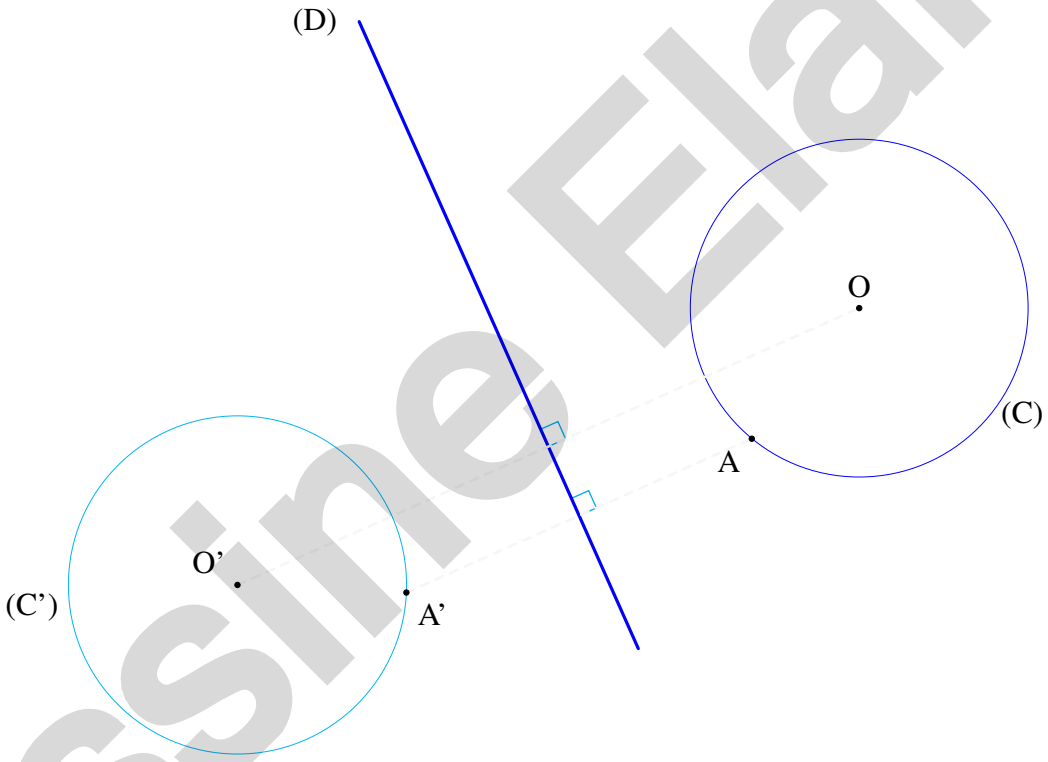
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

V Le symétrique d'un cercle

• Exemple

Soit (D) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon r, et A un point de cercle (C)
Construisons le cercle (C') le symétrique du cercle (C) par rapport à la droite (D)
Pour cela, on va construire O' et A' les symétriques respectifs de O et A par rapport à la droite (D)
Le cercle (C') est le cercle de centre O' et qui passe par le point A'



On a $AO = A'O'$ car la symétrie axiale conserve les distances
Donc ; les deux cercles (C) et (C') ont le même rayon r

Propriété

Le symétrique d'un cercle (C), de centre O et de rayon r, par rapport à une droite (D) est un cercle (C') de même rayon r et dont le centre O' est le symétrique du point O par rapport à la droite (D)

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today