Statistique

I Population statistique /Caractère

• Exemple

Regardons les exemples suivants :

Exemple 1 : L'étude suivante donne les notes de 20 élèves :

$9-8-10-12-10-8-15-18-16-15-12-12-10-10-9-8-15-12-8-10$

$x_7=18$	$x_6=16$	$x_5=15$	$x_4=12$	$x_3=10$	$x_2=9$	$x_1=8$	Note
$n_7=1$	$n_6=1$	$n_5=3$	$n_4=4$	$n_3=5$	$n_2=2$	$n_1=4$	Effectif
20	**19**	**18**	**15**	**11**	**6**	**4**	Effectif cumulé

Exemple 2 : Les vitesses de 150 voitures ont été détectée sur l'autoroute entre Rabat et Casa, on a obtenu le tableau suivant :

$[130,150[$	$[110,130[$	$[90,110[$,	$[70,90[$	$[50,70[$	Vitesse
15	25	60	40	10	Effectif
150	135	110	50	10	Effectif cumulé

Exemple 3 : le tableau ci-dessous représente le nombre de buts par match durant la Coupe du monde de football de 2010 :

Nombre de buts x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de matchs n_i	7	17	13	14	8	6	0	1

Les valeurs x_i du caractère étudié sont les "nombres de buts".
Les effectifs n_i correspondants sont les "nombres de matchs".

Définition

Population statistique : La population statistique est l'ensemble qui fait l'objet de l'étude. et chaque élément de cet ensemble est appelé ń individu ż ou ń unité statistique ż
Dans exemple 1 la population statistique est l'ensemble des élèves.
Dans exemple 2 : la population statistique est l'ensemble des voitures.

Caractère : la propriété qu'on veut étudier " chez une population statistique s'appelle ń le caractère ż ou ń la variable statistique %. "le caractère peut être quantitatif ou qualitatif.

Le caractère quantitatif est un caractère qui peut s'exprimer par des nombres (Dans exemple *l* c'est

Yassine Elamri

la note)
On distingue le caractère quantitatif discret et le caractère quantitatif continu .

Caractère discret : Le caractère quantitatif discret est celui qui prend des valeurs isolées, comme les notes des élève (dans exemple l) ou le numéro du mois de naissance d'un élève par exemple.

Caractère continu : Le caractère quantitatif continu est celui qui prend des valeurs très proches, dans ce cas les valeurs du caractère sont rassemblées dans des intervalles qu'on appelle aussi des ń classes ", comme les hauteurs des élèves par exemple.

Caractère qualitatif : est un caractère qui ne peut pas s'exprimer par des nombres, comme la couleur du cheveu des élèves ou leur groupe sanguin ou leur sexe.

II Effectif - fréquence-pourcentage

Définition

n_i est appelé ń Effectifż relative à la valeur x_i
$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7$ Le nombre N représente l'effectif total.
$f_i = \frac{n_i}{N}$ est appelé ń fréquence żrelative à la valeur x_i et $p_i = 100 f_i$ est appelé le pourcentage relatif à la valeur x_i
Dans exemple 1 : $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 20$
$p_1 = f_1 \times 100 = \frac{100}{5} = 20\%$ est appelé le pourcentage relatif à la valeur x_1

1 Paramètres de position

Définition

le mode : c'est la valeur du caractère ou la classe correspondant au plus fort effectif .
Dans exemple 1 : le mode est la note $x_4 = 12$
Dans exemple 2 : la classe modale est la classe [90,110[
Dans exemple 3 : le mode est Nombre de buts 1

Définition

Moyenne : La moyenne $\bar{x}$ d'une série statistique dont les valeurs du caractère sont $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$ et les effectifs correspondants sont $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ est égale à :

$$\bar{x} = \frac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \ldots + x_k \times n_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

Yasine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

Dans exemple 1 : La moyenne de NOTES est égale à :

$$\bar{x} = \frac{8\times4+9\times2+10\times5+12\times4+15\times3+16\times1+18\times1}{20} = \frac{227}{20} \approx 11,35$$

Dans exemple 3 : La moyenne de buts par match est égale à :

$$\bar{x} = \frac{7\times0+17\times1+13\times2+14\times3+8\times4+6\times5+0\times6+1\times7}{7+17+13+14+8+6+1} = \frac{154}{66} \approx 2,3$$

Définition

Médiane : Pour obtenir la médiane d'une série, on range les valeurs de la série dans l'ordre croissant. La médiane est la valeur qui partage la série en deux populations d'effectif égal.

• Exemple

Dans exemple 3 : L'effectif total est égal à 66 . La médiane se trouve donc entre la 33^e et 34^e valeur de la série. On écrit les valeurs de la série dans l'ordre croissant :

000000011111111111111111222222222222233333...

La 33^e et la 34^e valeur sont égales à 2 La médiane est donc également égale à 2 .
On en déduit que durant la Coupe du monde 2010, il y a eu autant de matchs dont le nombre de buts était supérieur à 2 que de matchs dont le nombre de buts était inférieur à 2.

Remarque

La médiane :
On considère une liste de N données rangées par ordre croissant.
Si la série est de taille impaire $(N = 2n+1)$, la médiane est la donnée de rang $n+1$.
Si la série est de taille paire $(N = 2n)$, la médiane est la demi-somme des données de rang n et de rang $n+1$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

III Paramètres de dispersion

Définition

Etendue : C'est la différence entre les valeurs extrêmes.
Dans l'exemple 1 , la valeur minimale est 8 et la valeur maximale est 18, donc l'étendue est égale à $18-8=10$

Remarque : l'étendue est un enregistrement utile pour constater la dispersion de la série.

Ecart-moyen : C'est la moyenne des écarts à la moyenne .

L'écart-moyen e d'une série statistique de moyenne $\bar{x}$ dont les valeurs du caractère sont $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$ et les effectifs correspondants sont $n_l, n_2, n_3, \ldots, n_k$ est égale à :

$$e = \frac{n_1 \times |x_1 - \bar{x}| + n_2 \times |x_2 - \bar{x}| + \ldots + n_k \times |x_k - \bar{x}|}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

Variance La variance V d'une série statistique de moyenne $\bar{x}$ dont les valeurs du caractère sont x_l, x_2 $x_3, \ldots, x_k$ et les effectifs correspondants sont $n_l, n_2, n_3, \ldots, n_k$ est égale à :

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + n_k \times (x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

L'écart-type σ d'une série statistique de variance V est égal à : $\sigma = \sqrt{V}$

• Exemple

Dans exemple 3 : la variance est égale à :

$$V = \frac{7 \times \left(0 - \frac{7}{3}\right)^2 + 17 \times \left(1 - \frac{7}{3}\right)^2 + 13 \times \left(2 - \frac{7}{3}\right)^2 + 14 \times \left(3 - \frac{7}{3}\right)^2 + 8 \times \left(4 - \frac{7}{3}\right)^2 + 6 \times \left(5 - \frac{7}{3}\right)^2 + 0 \times \left(6 -}{66}$$

L'écart-type est $\sigma \approx \sqrt{2,4646} \approx 1,57$

Ainsi l'écart-type est environ égal à 1,57 buts.

Remarque :L'écart-type exprime la dispersion des valeurs d'une série statistique autour de sa moyenne. Les valeurs extrêmes influencent l'écart-type.

Exemple 2 : Soit la série statistique suivante

7	2	1	Caractère
1	4	5	Effectif

La moyenne est : $m = \frac{5 \times 1 + 4 \times 2 + 7 \times 1}{10}$

Yassine Flamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

L'écart-moyen est égale à :

$$e = \frac{5\times|1-2|+4|2-2|+1\times|7-2|}{10} = \frac{5\times|-1|+4|0|+1\times|5|}{10}$$

$$e = \frac{5\times 1+4\times 0+1\times 5}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

La variance V est égale à :

$$V = \frac{5\times|1-2|^2+4|2-2|^2+1\times|7-2|^2}{10} = \frac{5\times|-1|^2+4|0|^2+1\times|5|^2}{10}$$

$$V = \frac{5\times 1+4\times 0+1\times 25}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

L'écart-type est égale à : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{3}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today