Chapitre

Calcul de probabilités

Les orientations pédagogiques 1	Capacités attendues
-On évitera toute présentation théorique de la notion de probabilité -On remarquera la stabilité de la fréquence d'un événement aléatoire à partir de la répétition d'une expérience aléatoire simple un très grand nombre de fois (Lancer d'une pièce de monnaie ,tirage d'une boule d'un sac), on pourra utiliser à cette fin la touche rand de la calculatrice scientifique ou la calculatrice scientifique programmable ou l'ordinateur ; -On partira de situations concrètes de manière progressive pour permettre à l'élève de décrire des expériences aléatoires en utilisant le langage probabiliste ; -On présentera la probabilité d'un évènement à partir de la stabilité de la fréquence d'un évènement aléatoire ; -On renforcera la présentation des notions de probabilité par des exemples variés couvrant différents cas possibles ; - On appliquera la probabilité dans des situations variées en relation avec les disciplines de la spécialité. - Le calcul de probabilité sera une occasion pour rappeler les principaux résultats du dénombrement.	-Calculer la probabilité de la réunion de deux événements ; la probabilité de l'intersection de deux événements et le calcul de la probabilité de l'événement contraire ; -Utiliser le modèle de dénombrement selon la situation étudiée ;

Yassine Elamri

I Expériences aléatoires - Vocabulaire

1 Définitions

Activité

Expérience 1 : On lance un dé et on note le résultat la face supérieure. Quel sont les résultats possibles ?

Expérience 2 : On lance une pièce de monnaie 3 fois successives et on note à chaque fois le résultat de la face supérieure. Quel sont les résultats possibles ?

D Définition

On appelle **expérience aléatoire** tout expérience dont les résultats possibles sont connus mais on ne peut pas donner le résultat exact avant de la réaliser.

À titre d'exemple les deux expériences précédentes.

D Définition

Dans une expérience aléatoire chaque cas possible est appelé **éventualité** ou **issue**.

Exemple

Dans l'expérience 1: 3 est une éventualité

Dans l'expérience 2: FFP est une éventualité

D Définition

Les éventualités d'une expérience aléatoire constituent un ensemble qu'on l'appelle **univers**.

On le note souvent Ω.

Exemple

Dans l'expérience 1: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

Dans l'expérience 2: $\Omega = \{FFF, FFP, FPF, PFF, FPP, PFP, PPF, PPP\}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

D Définition

1. Un événement est une partie de l'univers Ω.
2. Un événement constitué d'une seule éventualité est appelé événement élémentaire.

Exemple

L'événement A:"obtenir la face P une seul fois" issu de l'expérience 2. Représente exactement la partie $A = \{PFF, FPF, FFP\}$ de Ω.

Remarque

1. Si le résultat d'une expérience aléatoire appartient à un événement A, on dit que l'événement A est réalisé.
2. L'univers Ω d'une expérience aléatoire est appelé l'**événement certain**, car le résultat de l'expérience est toujours dans Ω.
3. $\emptyset$ est appelé l'événement impossible.

2 Réalisation des événements "A ou B" et "A et B"

D Définition

Soient A et B deux événements d'une expérience aléatoire.

1. L'événement "A ou B" est l'événement formé par les issues qui réalisent l'un au moins des événements A et B, noté par $A \cup B$.
2. L'événement "A et B" est l'événement formé par les issues qui réalisent à la fois A et B, noté par $A \cap B$.
3. Deux événements qui ne peuvent pas se réaliser en même temps sont dites incompatibles.

Exemple

Dans **l'expérience 1**, on considère les événements :

A:"Obtenir un nombre impair".

B:"Obtenir un nombre pair".

C:"Obtenir un multiple de 3".

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a $A=\{1,3,5\}$, $B=\{2,4,6\}$ et $C\{3,6\}$. Donc $A\cap C=\{3\}$, c'est à dire si on obtenu la face 3 alors on dit que l'événement $A\cap C$ est réalisé.

D'autre part $A\cap B=\emptyset$, c'est à dire l'événement $A\cap B$ n'est jamais réalisé. Dans ce cas on dit que les deux événements A et B sont **incompatibles**.

3 Événement contraire

D Définition

L'événement contraire de A, noté $\overline{A}$, est l'événement former des issues de Ω qui ne réalisent pas A.

Remarque

$A\cap\overline{A}=\emptyset$ et $A\cup\overline{A}=\Omega$.

Exemple

Dans l'**expérience 1**, on considère l'événement A:"obtenir un nombre pair". On a $A=\{2,4,6\}$. L'événement contraire de A est $\overline{A}$:"obtenir un nombre impair", et on a $\overline{A}=\{1,3,5\}$.

II Probabilités d'un événement

1 Probabilités d'un événement

Activité

On a simulé n lances d'un dé équilibré à si faces, numérotées de 1 à 6, et on a noté le nombre d'apparition du nombre 5.

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

Le nombre de lances n	10	50	100	500	1000	10000	100000
Le nombre d'apparition du nombre 5	3	10	19	76	161	1981	16649
Les fréquences d'apparition du nombre 5 : f_i		0.2			0.161		
$\lvert f_i-\frac{1}{6}\rvert$							

1 Recopier et compléter le tableau précédent.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 a Calculer : $P(\{1\})+P(\{2\})+P(\{3\})+P(\{4\})+P(\{5\})+P(\{6\})$.

b Conjecturer $P(\Omega)$.

3 Soit A l'événement : "le dé désigne un nombre pair". Calculer $P(A)$.

4 Vérifier que : $P(A)=P(\{2\})+P(\{4\})+P(\{6\})$

D **Définition**

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire. La probabilité d'un événement A égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constitue.

Propriété

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire. A et B deux événements.

1 $P(\Omega)=1$

2 $P(\emptyset)=0$

3 $0\leq P(A)\leq 1$

4 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

5 $P(\overline{A})=1-P(A)$

Application

Soit $\Omega=\{a,b,c\}$ l'univers d'une expérience aléatoire. tel que $P(\{a,c\})=\frac{1}{3}$ et $P(\{a,b\})=\frac{4}{5}$. Déterminer $P(\{a\})$, $P(\{b\})$ et $P(\{c\})$.

2 Hypothèse d'équiprobabilité

D **Définition**

Lorsque tous les événements élémentaires d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Propriété

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire.

Dans une situation équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est donner par : $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$.

Application

Une urne contenant 7 boules indiscernables au toucher. 4 blanches et 3 noirs. On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité des événements suivantes :

A:"Obtenir 3 boules de même couleurs".

B:"Obtenir une boule blanche au plus".

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today