Nombres rationnels : addition et soustraction

Activité

Réduire chaque couple de nombres rationnels au même dénominateur :

$$\frac{12}{9} \text{ et } \frac{13}{3} \quad ;; \quad \frac{22}{7} \text{ et } \frac{7}{-35} \quad ;; \quad \frac{-5}{11} \text{ et } \frac{6}{121}$$

Activité

Chaque semaine, un père donne à son fils et sa fille de l'argent, ce montant varie d'une semaine à l'autre, mais la méthode de distribution ne diffère pas, elle reste constante
Lorsque le père donne à son fils un tiers de l'argent existant, il lui ajoute un sixième, tandis qu'il donne le reste de l'argent à sa fille

1. Compléter le tableau suivant en déterminant la part de la fille et son frère pour chaque semaine

La somme de l'argent ➤	60	48	54
La part des enfants ▼			
Part du fils			
Part de la fille			

2. Quel est le pourcentage qui revient à la fille ?
3. Qu'en conclues-tu ?
4. Assurez-vous de votre conclusion en calculant $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

I Addition-soustraction de deux nombres rationnels

1 Cas de deux nombres ayant le même dénominateur

Règle

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

Yassine Elamri

EXEMPLES

- $\frac{11}{5}+\frac{6}{5}=\frac{11+6}{5}=\frac{17}{5}$
- $\frac{-7}{6}+\frac{-9}{6}=\frac{-7-9}{6}=\frac{-16}{6}=\frac{2\times(-8)}{2\times 3}=\frac{-8}{3}$
- $\frac{27}{11}-\frac{-14}{11}=\frac{27-(-14)}{11}=\frac{27+14}{11}=\frac{41}{11}$
- $\frac{-3}{6}-\frac{-5}{-6}=\frac{-3}{6}-\frac{5}{6}=\frac{-3-5}{6}=\frac{-8}{6}=\frac{2\times(-4)}{2\times 3}=\frac{-4}{3}$

2 Cas de deux nombres n'ayant pas le même dénominateur

Règle

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$$

⚠

✸ Avant de réduire au même dénominateur, il faut d'abord, rendre les nombres rationnels irréductibles (les simplifier au maximum), puis donner le résultat sous forme irréductible lorsque c'est possible

✸ Dans une addition ou une sooustraction, pour rendre les nombres rationnels irréductibles, on le fait verticalement

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ $\qquad$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$

EXEMPLES

- $\frac{3}{5}+\frac{-4}{3}=\frac{9}{15}+\frac{-20}{15}=\frac{9-20}{15}=\frac{-11}{15}$
- $\frac{24}{16}+\frac{3}{8}=\frac{3}{2}+\frac{3}{8}=\frac{12}{8}+\frac{3}{8}=\frac{12+3}{8}=\frac{15}{8}$
- $\frac{-21}{36}-\frac{-15}{24}=\frac{-7}{12}+\frac{5}{8}=\frac{-14}{24}+\frac{15}{24}=\frac{-14+15}{24}=\frac{1}{24}$
- $\frac{18}{12}-\frac{27}{15}=\frac{3}{2}-\frac{9}{5}=\frac{15}{10}-\frac{18}{10}=\frac{15-18}{10}=\frac{-3}{10}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

3 Somme de deux nombres rationnels opposés

Règle

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre raionnel, alors $\frac{a}{b}+\frac{-a}{b}=0$

On dit que les deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{b}$ sont opposés, ou bien que l'un d'eux est l'opposé de la'autre

EXEMPLES

- L'opposé du nombre $\frac{-12}{5}$ est $\frac{12}{5}$ et on a $\frac{-12}{5}+\frac{12}{5}=0$
- L'opposé du nombre $\frac{27}{17}$ est $\frac{-27}{17}$ et on a $\frac{27}{17}+\frac{-27}{17}=0$
- L'opposé du nombre $\frac{-5}{-7}$ est $\frac{-5}{7}$ et on a $\frac{-5}{-7}+\frac{-5}{7}=0$
- On a $\frac{14}{8}+\frac{-7}{4}=\frac{7}{4}+\frac{-7}{4}=0$, donc $\frac{14}{8}$ est un opposé du nombre $\frac{-7}{4}$

4 La commutativité

• Exemple

On a $\frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{14}{35}+\frac{-5}{35}=\frac{14-5}{35}=\frac{9}{35}$ *et* $\frac{-1}{7}+\frac{2}{5}=\frac{-5}{35}+\frac{14}{35}=\frac{-5+14}{35}=\frac{9}{35}$

On remarque que $\frac{2}{5}+\frac{-1}{7}=\frac{-1}{7}+\frac{2}{5}$

Règle

La somme de deux nombres rationnels ne change pas on changeant l'ordre des termes

C'est à dire : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

Application

Claculer :

1. $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}$
2. $\frac{7}{25}+\frac{11}{15}$
3. $\frac{3}{5}+\frac{2}{11}$
4. $\frac{1}{10}+\frac{1}{8}$
5. $\frac{3}{20}+\frac{1}{15}$
6. $\frac{4}{7}+\frac{3}{4}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution

1. $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}=\frac{20}{24}+\frac{3}{24}=\frac{20+3}{24}=\frac{23}{24}$
2. $\frac{7}{25}+\frac{11}{15}=\frac{21}{75}+\frac{55}{75}=\frac{21+55}{75}=\frac{76}{75}$
3. $\frac{3}{5}+\frac{2}{11}=\frac{33}{55}+\frac{10}{55}=\frac{33+10}{55}=\frac{43}{55}$
4. $\frac{1}{10}+\frac{1}{8}=\frac{4}{40}+\frac{5}{40}=\frac{4+5}{40}=\frac{9}{40}$
5. $\frac{3}{20}+\frac{1}{15}=\frac{9}{60}+\frac{4}{60}=\frac{9+4}{60}=\frac{13}{60}$
6. $\frac{4}{7}+\frac{3}{4}=\frac{16}{28}+\frac{21}{28}=\frac{16+21}{28}=\frac{37}{28}$

II Somme de trois nombres rationnels

Activité

Calculer

❶ $\left(\frac{1}{2}+\frac{-1}{3}\right)+\frac{-1}{4}$ | ❷ $\left(\frac{1}{2}+\frac{-1}{4}\right)+\frac{-1}{3}$

↦ Que remarquez-vous ?

Règle

Soient a, b et c trois nombres rationnels

$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)=(a+c)+b$

① N'oublier pas de rendre les nombres rationnels irréductibles lorsque c'est nécessaire
② Avant d'appliquer la règle ⑤, on doit changer les soustraction en addition

EXEMPLES

Calculer :

✸ $\frac{-5}{3}+\frac{7}{3}+\frac{-1}{9}$ ✸ $\frac{13}{11}+\frac{-5}{4}-\frac{13}{11}$ ✸ $\frac{12}{14}-\frac{3}{10}+\frac{-4}{5}$ ✸ $\frac{-7}{15}-\frac{21}{14}-\frac{16}{10}$

Solution

✸ $\frac{-5}{3}+\frac{7}{3}+\frac{-1}{9}=\frac{-5+7}{3}+\frac{-1}{9}=\frac{2}{3}+\frac{-1}{9}=\frac{6}{9}+\frac{-1}{9}=\frac{6-1}{9}=\frac{5}{9}$

✸ $\frac{13}{11}+\frac{-5}{4}-\frac{13}{11}=\frac{13}{11}+\frac{-5}{4}+\frac{-13}{11}=\frac{13}{11}+\frac{-13}{11}+\frac{-5}{4}=\left(\frac{13}{11}+\frac{-13}{11}\right)+\frac{-5}{4}=0+\frac{-5}{4}=\frac{-5}{4}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

✸
$$\begin{aligned}\frac{12}{14}-\frac{3}{10}+\frac{-4}{5} &= \frac{6}{7}+\frac{-3}{10}+\frac{-4}{5}\\ &= \frac{6}{7}+\left(\frac{-3}{10}+\frac{-4}{5}\right)\\ &= \frac{6}{7}+\left(\frac{-3}{10}+\frac{-8}{10}\right)\\ &= \frac{6}{7}+\frac{-3-8}{10}\\ &= \frac{6}{7}+\frac{-11}{10}\\ &= \frac{60}{70}+\frac{-77}{70}\\ &= \frac{60-77}{70}\\ &= \frac{-17}{70}\end{aligned}$$

✸
$$\begin{aligned}\frac{-7}{15}-\frac{21}{14}-\frac{16}{10} &= \frac{-7}{15}+\frac{-3}{2}+\frac{-8}{5}\\ &= \left(\frac{-7}{15}+\frac{-8}{5}\right)+\frac{-3}{2}\\ &= \left(\frac{-7}{15}+\frac{-24}{15}\right)+\frac{-3}{2}\\ &= \frac{-7-24}{15}+\frac{-3}{2}\\ &= \frac{-31}{15}+\frac{-3}{2}\\ &= \frac{-62}{30}+\frac{-45}{30}\\ &= \frac{-62-45}{30}\\ &= \frac{-107}{30}\end{aligned}$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today