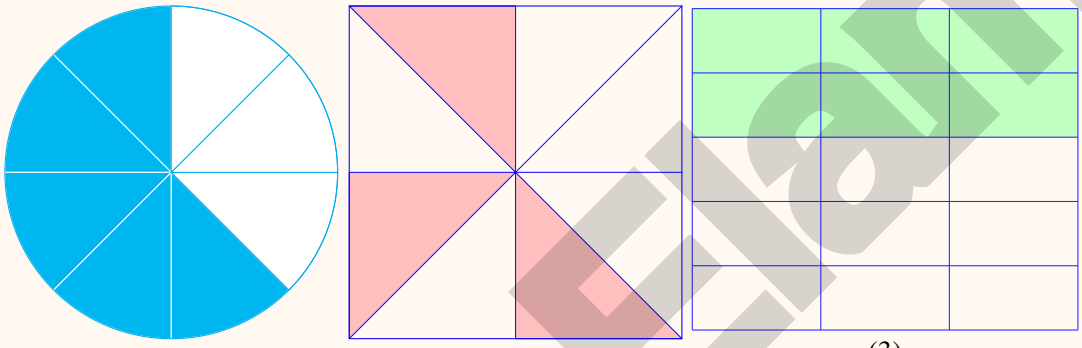
Les fractions (nombres en écriture fractionnaire)

I Écriture fractionnaire d'un nombre

Activité

1 Exprimer par une fraction la partie de chaque figure qui a été colorée :



(1) (2) (3)

2 A quelle opération mathématique correspond le nombre $\frac{7}{4}$?

3 Trouver l'écriture décimale de $\frac{7}{4}$

Définition

Soient a et b deux nombres entiers avec $b \neq 0$

★ Le quotient de a par b est le nombre c tel que : $a = b \times c$

Ce quotient se note : $\frac{a}{b}$

★ La notation $\frac{a}{b}$ est appelée une fraction

★ Le nombre a est appelé numérateur

★ Le nombre b est appelé dénominateur

EXEMPLE

$\frac{7}{3}$;; $\frac{2}{3}$;; $\frac{6}{3}$;; $\frac{1111}{45}$;; $\frac{20}{11}$

Remarque

✪ Le nombre $\frac{3}{4}$ est une fraction

Mais le nombre $\frac{3.1}{4}$ n'est pas une fraction,, mais une écriture fractionnaire

✪ Tout nombre entier peut se mettre sous forme de fraction

Yassine Elamri

$$12 = \frac{12}{1} \quad ;; \quad 5 = \frac{5}{1} \quad ;; \quad 7 = \frac{7}{1}$$

✪ Certaines fractions peuvent être des nombres décimaux

$$\frac{5}{4} = 1.25 \quad ;; \quad \frac{3}{2} = 1.5 \quad ;; \quad \frac{2}{10} = 0.2$$

En revanche, certaines fractions ne sont pas de nombres décimaux, par exemple $\frac{2}{3}$ nest pas un nombre décimal car la division $2 \div 3$ ne sarrête jamais.

✪ Tous les nombres décimaux peuvent être écrits sous la forme dune fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000,...

$$3.2 = \frac{32}{10} \quad ;; \quad 1.23 = \frac{123}{100} \quad ;; \quad 0.0115 = \frac{115}{10000}$$

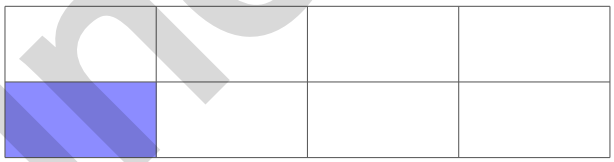
Application

1 Dessiner un rectangle et colorie la partie qui représente $\frac{1}{8}$

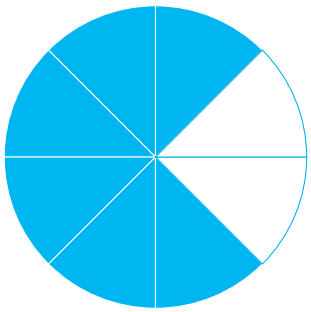
2 Dessiner un cercle et hachuré la partie qui représente $\frac{3}{4}$

Solution

1 Dessin 1



2 Dessin 2



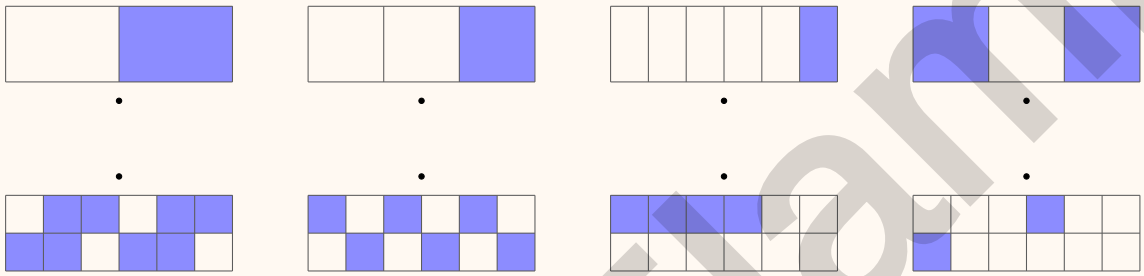
Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

II Égalité de fractions

Activité

1 Relier par un trait les figures dont les proportions de surface colorée sont égales, puis déduire les égalités de fractions correspondantes



$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

2 Comment passe-t-on d'une fraction à sa fraction égale (avec une même opération sur le numérateur et le dénominateur) ?

Propriété

On ne change pas la valeur d'une fraction $\frac{a}{b}$, si on multiplie (ou o divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre décimal non nul k ($k \neq 0$)

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad et \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

EXEMPLE

- $\frac{1.8}{4.2} = \frac{18}{42} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$
- $\frac{4}{7} = \frac{16}{28} = \frac{40}{70} = \frac{20}{35}$
- $\frac{34}{51} = \frac{34 \div 17}{51 \div 17} = \frac{2}{3}$
- $\frac{20}{25} = \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}$

Simplification d'une fraction

Définition

Simplifier une fraction, cest écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

EXEMPLE

✶ Simplification de la fraction $\frac{4}{8}$ est : $\frac{4}{8}=\frac{2\times 2}{2\times 4}=\frac{2}{4}=\frac{1\times 2}{2\times 2}=\frac{1}{2}$

✶ Simplification de la fraction $\frac{60}{68}$ est : $\frac{60}{68}=\frac{4\times 15}{4\times 17}=\frac{15}{17}$

Remarque

- ★ Si une fraction ne peut être simplifiée, on dit qu'elle est irréductible
- ★ Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité
  - ➙ un nombre est divisible par 2 s'il se termine par $2, 4, 6$ ou 8
  - ➙ un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5
  - ➙ un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
  - ➙ un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9

Application

Simplifier le plus possible les fractions suivantes :

$$\frac{18}{8} \;;;\; \frac{8}{64} \;;;\; \frac{25}{95} \;;;\; \frac{49}{7} \;;;\; \frac{21}{49} \;;;\; \frac{300}{21}$$

Solution

$$\frac{18}{8}=\frac{9}{4} \;;;\; \frac{8}{64}=\frac{1}{8} \;;;\; \frac{25}{95}=\frac{5}{19} \;;;\; \frac{49}{7}=7 \;;;\; \frac{21}{49}=\frac{3}{7} \;;;\; \frac{300}{21}=\frac{100}{7}$$

⚠ Soient a, b, c et d quatre nombres décimax non nuls

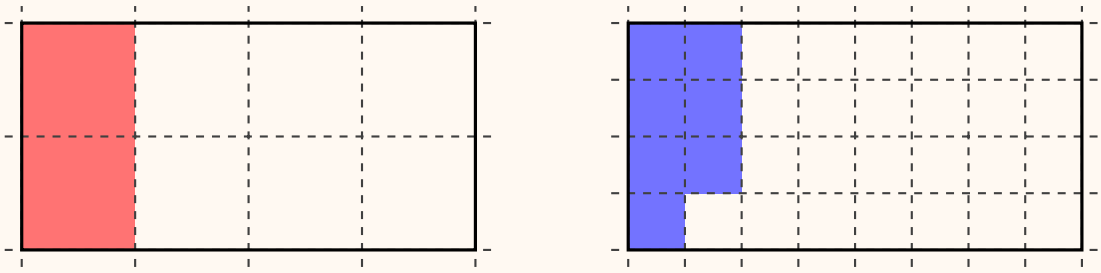
✱ Si on a : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, alors : $a\times d=b\times c$ (c'est la règle du produit en croix)

✱ Si on a : $a\times b=c\times d$, alors : $\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$ ou $\frac{a}{d}=\frac{c}{b}$

III Comparaison de fractions

Activité

On a tracé, ci-dessous, deux rectangles de même aire



Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

1. Déterminer la fraction du rectangle correspondant à la zone coloré en rouge
2. Quelle est la fraction qui représente la zone colorée en bleu
3. A l'aide du graphique, comparer ces deux fractions
4. Compléter, dans le triangle de gauche, la zone colorée en rouge qui correspond à $\frac{8}{32}$ du triangle
   On a en effet : $\frac{2}{8} = \frac{8}{32}$
5. Sans utiliser la graphique, paut-t-on alors comparer les deux fractions de la question 1 et 2 ? comment ?
6. Compléter : Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient le même (dénominateur)
   on peut aussi les comparer si elles ont le même (numérateur)

1 Fractions de même dénominateur

Propriété

Si deux nombres en écriture fractionnaires, ont le même dénominateur, le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur

EXEMPLE

✸ Comparons $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{5}$

On a les deux fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{5}$ on le même dénominateur 5

Et comme : $7 > 2$, Alors $\frac{7}{5} > \frac{2}{5}$

✸ Comparons $\frac{7}{17}$ et $\frac{25}{17}$

On a les deux fractions $\frac{7}{17}$ et $\frac{25}{17}$ on le même dénominateur 17

Et comme : $7 < 25$, Alors $\frac{7}{17} < \frac{25}{17}$

Propriété

Des fractions ayant le même dénominateur sont rangées dans l'ordre de leurs numérateurs

• Exemples

Rangeons les fractions suivantes dans l'ordre décroissant : $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ et $\frac{1}{10}$

On a toutes ces fraction ont le même dénominateur 10

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Et comme $1 < 2 < 3$, alors $\frac{3}{10} > \frac{2}{10} > \frac{1}{10}$

2 Fractions de même numérateur

Propriété

Si deux nombres en écriture fractionnaires, ont le même numérateur, le plus grand est celui qui a le plus petit dénominateur

EXEMPLE

✸ Comparons $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{7}$

On a les deux fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{7}$ on le même numérateur 3

Et comme : $5 < 7$, Alors $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

✸ Comparons $\frac{7}{17}$ et $\frac{7}{2}$

On a les deux fractions $\frac{7}{17}$ et $\frac{7}{2}$ on le même numérateur 7

Et comme : $17 > 2$, Alors $\frac{7}{17} < \frac{7}{2}$

Propriété

Des fractions ayant le même numérateur sont rangées dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs

• Exemples

Rangeons les fractions suivantes dans l'ordre croissant : $\frac{6}{7}$, $\frac{6}{13}$ et $\frac{6}{5}$

On a toutes ces fraction ont le même numérateur 6

Et comme $5 < 7 < 13$, alors $\frac{6}{13} < \frac{6}{7} < \frac{6}{5}$

3 Fractions de dénominateurs différents

Propriété

Pour comparer deux nombres en écritures fractionnaires de dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur puis on compare leurs numérateurs

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

• Exemples

✸ Comparons : $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$

Mettons les deux fractions $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$ au même dénominateur

On a $\frac{1}{4} = \frac{1\times 2}{4\times 2} = \frac{2}{8}$

Alors la comparaison de $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$ revient à comparer $\frac{2}{8}$ et $\frac{3}{8}$

Comme $2 < 3$, donc $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$

Alors $\frac{1}{4} < \frac{3}{8}$

✸ Comparons : $\frac{4}{3}$ et $\frac{7}{5}$

Mettons les deux fractions $\frac{4}{3}$ et $\frac{7}{5}$ au même dénominateur

On a $\frac{4}{3} = \frac{4\times 5}{3\times 5} = \frac{20}{15}$ et $\frac{7}{5} = \frac{7\times 3}{5\times 3} = \frac{21}{15}$

Alors la comparaison de $\frac{4}{3}$ et $\frac{7}{5}$ revient à comparer $\frac{20}{15}$ et $\frac{21}{15}$

Comme $20 < 21$, donc $\frac{20}{15} < \frac{21}{15}$

Alors $\frac{4}{3} < \frac{7}{5}$

Application

1. Comparer les fractions suivantes :
   $\frac{11}{42}$ et $\frac{3}{42}$;; $\frac{4}{17}$ et $\frac{4}{31}$;; $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$
2. Ranger ces fractions dans l'ordre décroissant :
   $\frac{9}{21}$;; $\frac{2}{21}$;; $\frac{3}{21}$;; $\frac{15}{21}$
3. Ranger ces fractions dans l'ordre croissant :
   $\frac{3}{4}$;; $\frac{3}{4}$;; $\frac{3}{20}$;; $\frac{3}{10}$

Solution

1. $\frac{11}{42} > \frac{3}{42}$;; $\frac{4}{17} > \frac{4}{31}$;; $\frac{5}{8} < \frac{3}{4}$
2. $\frac{15}{21} > \frac{9}{21} > \frac{3}{21} > \frac{2}{21}$
3. $\frac{3}{20} < \frac{3}{10} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today

Remarque

Soient a et b deux nombres décimaux non nuls
✸ Si $a < b$, alors : $\frac{a}{b} < 1$ ✸ Si $a > b$, alors : $\frac{a}{b} > 1$

Yassine Elamri

Yesterday better than today, tomorrow better than today