LES ENSEMBLES

Série d'exercices

Exercice

1
Écrire en extension les ensembles suivants :
$A = \{x \in \mathbb{Z} / |x-1| \leq 5\}$

$B = \{(x;y) \in \mathbb{N}^2; 0 < 2xy < 7\}$

$C = \{(x;y) \in \mathbb{N}^2 / (x+y)(x-y) = 24\}$

$D = \{x \in \mathbb{N} / \frac{2x+6}{x-1} \in \mathbb{N}\}$

Exercice

1 On considère les ensembles E et F telles que :

$$E = \left\{x \in \mathbb{R} / \left|1 - \frac{x}{2}\right| \leq 1\right\} \text{ et } F = [0;4]$$

Montrer que : $E = F$

2 On considère les ensembles A et B telles que

$$A = \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z}\right\} \text{ et } B = \left\{\frac{-7\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Montrer que $A = B$

Exercice

1 Ecrire en extension $\mathscr{P}(E)$ dans les cas suivants ; $E = \{1\}; E = \{1;4\}$ et $\mathbf{E} = \{a;b;c\}$

2 On pose

$$E = \{-1;-2;-3;1;2;3;4;7;8;9;10\}$$

$$A = \{1;2;3;-1;-2;9;10\}$$

et

$$B = \{1;2;-1;-2;7;8\}$$

Yassine Elamri

Déterminer en extension $A\cap B;A\cup B;\bar{A}\cup\bar{B};\bar{A}\cap\bar{B};A\backslash B;B\backslash A;A\triangle B$ et $B\triangle A$

Exercice

1 On pose

$$A=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{2k\pi}{5}/k\in\mathbb{Z}\right\}\ et\ B=\left\{\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{5}/k\in\mathbb{Z}\right\}$$

Montrer que $A\cap B=\emptyset$

2 On pose : $C=\left\{\left(n;n^2\right)/n\in\mathbb{N}\right\}$ et $D=\{(2n;n)/n\in\mathbb{N}\}$

Déterminer $C\cap D$

Exercice

On pose dans $\mathbb{N}$: $A=\left\{n\in\mathbb{N}/\frac{4n^2-4n+10}{2n-1}\in\mathbb{N}\right\}$ et $B=\left\{n\in\mathbb{N}/\frac{n+10}{n-5}\in\mathbb{N}\right\}$

1 Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}/\{5\};\frac{n+10}{n-5}=1+\frac{15}{n-5}$

2 Montrer que :

$$(\forall n\in\mathbb{N});\frac{4n^2-4n+10}{2n-1}=2n-1+\frac{9}{2n-1}$$

3 Déterminer en extension $A;B;A\cap B;A\cup B$

$A\backslash B;B\backslash A$ et $A\triangle B$

Exercice

On pose : $F=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/x+y=0\right\}$ et

$$E=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/x^2-2y^2-xy=0\right\}$$

1 Montrer que : $E\neq\emptyset$ et $F\subset E$.

2 Déterminer un réel y sachant que $(1;y)\in E$.

3 A-t-on $E=F$? Justifier.

4)Déterminer un ensemble G vérifiant $E=F\cup G$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Exercice

Soient E et F deux ensembles

1. Montrer que : $E \subset F \Leftrightarrow \mathscr{P}(E) \subset \mathscr{P}(F)$
2. Montrer que : $\mathscr{P}(A \cap B) = \mathscr{P}(A) \cap \mathscr{P}(B)$
3. Soient E et F deux ensembles :
4. a) Montrer que : $\mathscr{P}(E) \cup \mathscr{P}(F) \subset \mathscr{P}(E \cup F)$

b) Montrer que la réciproque est fausse

Exercice

Soient A ; B ; C et D des parties d'un ensemble E

1. Montrer que :

$$A \subset B \Leftrightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$$

2. Montrer que :

$$A \subset B \Leftrightarrow A \backslash B = \emptyset$$

3. Vérifier que : $A \backslash B = A \cap \bar{B}$
4. Montrer que :
5. Montrer que :

$$A \cap (B \backslash C) = (A \cap B) \backslash (A \cap C)$$

6. Montrer que :

$$A \backslash (B \cap C) = (A \backslash B) \cup (A \backslash C)$$

$[(B \backslash C) \subset A \text{ et } (C \backslash D) \subset A] \Rightarrow (B \backslash D) \subset A$

Exercice

Soient A ; B ; C et D des parties d'un ensemble E 1) Montrer que :

2. Montrer que

$$A \triangle B = (A \cup \mathbf{B}) \backslash (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

$$\overline{A}\triangle\overline{B} = A\triangle B$$

3 Montrer que :

4 Monter que :

$$(A\triangle B = A\triangle C) \Rightarrow (B = C)$$

$$(A\triangle B)\cap \mathbf{C} = (A\cap \mathbf{C})\triangle(B\cap \mathbf{C})$$

Exercice

Soient A ; B ; C et D des parties d'un ensemble E

1 Montrer que :

2 Montrer que :

$$(A\cup B)\times C = (A\times C)\cup(B\times C)$$

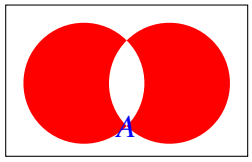
3 Montrer que :

$$(A\cap B)\times(C\cap \mathrm{D}) = (A\times C)\cap(B\times D)$$

$$(A\times B = C\times D) \Rightarrow (A = C \text{ et } B = D)$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today



Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today