Calcul vectoriel dans le plan

Exercice

On considère des points A et B tels que $AB = 2cm$.
construire les points C , D , E , et F définis par :
$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BF} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercice

On considère quatre points A , B , C , D quelconques .

1. Construire le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$
2. Construire le point N tel que : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$
3. Démontrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$

Exercice

ABC est un triangle. Les points N , P et Q sont tels que :
$\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

1. Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Déterminer un réel k tel que $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AN}$.
3. Que peut on dire des points A, N et P ? Justifiez votre réponse .
4. Montrer que les droites (NQ) et (AB) sont parallèles . (On pourra exprimer $\overrightarrow{NQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis établir que $\overrightarrow{NQ} = \frac{17}{12}\overrightarrow{AB}$)

Exercice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O ; I est le milieu de $[AB]$ et E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

1. Prouver que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
   Aide : En partant de $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$, *décomposer* $\overrightarrow{DE}$ *et* $\overrightarrow{DI}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$ *et* $\overrightarrow{AI}$
2. En déduire l'alignement de A, E et C.

Yasine Elamri

Exercice

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. On appelle I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$. O est un point quelconque du plan.

1. Faire une figure.
2. Justifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OI}$. En déduire que, de la même façon, $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OJ}$.
3. On se propose de construire le point M tel que $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$.
   Déduire de la question précédente que $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{JI}$.
4. Déduire de cette égalité vectorielle la construction du point M sur le dessin.
5. Les droites (OM)et (JI) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice

ABC est un triangle.

1. Placer les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et F est le milieu de $[AC]$.
2. Exprimer, en justifiant, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{FE}$.
3. a. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AE}$.
   c. Que peut-on alors conclure ?
4. a. Placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$
   b. Placer le point G symétrique de F par rapport à C.
   c. Montrer que $\overrightarrow{GA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$ puis montrer que $(GD)//(AB)$.
   d. En déduire la nature du quadrilatère $AMDG$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today