Calcul numérique

Les orientations pédagogiques	Capacités attendues
• **On rappellera la notion de la proportionnalité et les autres notions en relation avec elle, et on les renforcera dans des situations en rapport avec les spécificités de ces deux branches.** • **La résolution des équations et inéquations du premier degré ou du second degré à une inconnue et des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues, a déjà été pratiquée, on évitera de la présenter de nouveau.** • **Il faudra consolider et renforcer toutes ces notions, dans le cadre d'activités variées et bien choisies et dans le cadre de la mathématisation de problèmes issus de la vie quotidienne ou des matières de la spécialité, pour faire acquérir aux élèves les habiletés et les capacités attendues.**	• **Utiliser la proportionnalité pour traiter des situations variées.** • **Résoudre des équations et des inéquations se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à une inconnue ;** • **Résoudre des systèmes du premier degré à deux inconnues par les différentes méthodes étudiées ;** • **Mathématiser des situations faisant intervenir des quantités variables, se ramenant à la résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes.**

Contenu du programme	Les extensions
• La proportionnalité ; les pourcentages ; l'échelle. • Équations et inéquations du premier degré ou du second degré à une inconnue ; • Signe d'un trinôme du second degré ; • Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.	• Les suites numériques • Généralités sur les fonctions numériques • Dérivation et étude des fonctions

Yassine Elamri

I Proportionnalité, pourcentage et échelle :

1 Le pourcentage :

Activité

Le nombre d'élèves d'une classe d'un lycée est 39 élèves. Quel est le pourcentage des garçons dans cette classe, sachant que leur nombre est 20 ?

Solution

Soit $x\%$ le pourcentage des garçcons dans cette classe.

On a :

$$39 \longrightarrow 100\%$$

$$20 \longrightarrow x\%$$

On a : $x = \dfrac{20 \times 100}{39} = \dfrac{2000}{39} = 51.28$

Donc le pourcentage des garçons est : 51.28%.

Activité

Une classe est composée de 35 élèves, 40% de ces élèves sont des garçons. Quel est le nombre des filles dans cette classe ?

Solution

Déterminons d'abord le nombre des garçons dans cette classe.

Soit x le nombre des garçons.

On a :

$$35 \longrightarrow 100\%$$

$$x \longrightarrow 40\%$$

Donc : $x = \dfrac{40 \times 35}{100} = \dfrac{1400}{100} = 14$

D'où le nombre des filles est : $35 - 14 = 21$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

a Pourcentage d'augmentation du prix :

Activité

Un littre de gasoil est passé de 12dh à 15dh. Quel est le pourcentage de cette augmentation ?

Solution

On a la valeur d'augmentation du prix est : $15 - 12 = 3$.

Soit $x\%$ le pourcentage d'augmentation du prix.

On a :

$$12 \longrightarrow 100\%$$

$$3 \longrightarrow x\%$$

On a : $x = \dfrac{3 \times 100}{12} = \dfrac{300}{12} = 25$

D'où le pourcentage d'augmentation du prix est : 25%.

b Valeur d'augmentation du prix :

Activité

Le prix d'un téléphone est 2000dh, sachant que son prix a augmenté de 5%.

1. Quelle est la valeur d'augmentation du prix ?
2. Quel est le nouveau prix ?

Solution

1. Soit x la valeur d'augmentation du prix.

   On a :

$$2000 \longrightarrow 100\%$$

$$x \longrightarrow 5\%$$

On a : $x = \dfrac{5 \times 2000}{100} = \dfrac{10000}{100} = 100$

Donc la valeur d'augmentation du prix est 100dh.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Le nouveau prix est : $2000 + 100 = 2100$dh.

Remarque

Après une augmentation du prix, on a la relation suivante :

Le nouveau prix= le prix initial + la valeur d'augmentation du prix

c Valeur de réduction du prix :

Activité

Une machine à laver à 3000dh est soldée avec 20%. Quel est son prix après réduction ?

Solution

Déterminons d'abord la valeur de réduction.

Soit x la valeur de réduction.

On a :

$$3000 \longrightarrow 100\%$$
$$x \longrightarrow 20\%$$

On a : $x = \dfrac{20 \times 3000}{1000} = \dfrac{*60000}{100} = 600.$

Donc le prix après réduction est : $3000 - 600 = 2400$dh.

Remarque

Après une réduction du prix, on a la relation suivante :

Le nouveau prix= le prix initial - la valeur de réduction du prix

2 Une fraction d'un nombre :

Propriété

Pour calculer ce que représente une fraction $\frac{p}{q}$ d'un nombre x, on multiplie $\frac{p}{q}$ par x.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

Un enfant a acheté 20 bonbons et en a mangé $\frac{3}{10}$.

Combien de bonbons a-t-il mangé ?

Solution

L'enfant a mangé $\frac{3}{10} \times 20 = \frac{60}{10} = 6$ bonbons.

Application

Un ouvrier reçoit mensuellement un salaire de 3000dh et réserve $\frac{3}{4}$ de son salaire pour le logement et la nourriture. Combien lui reste pour ses autres dépenses ?

Solution

L'ouvrier réserve $\frac{3}{4} \times 3000 = \frac{9000}{4} = 2250$dh pour le logement et la nourriture.

Donc il lui reste : $3000 - 2250 = 750$dh pour ses autres dépenses.

3 L'échelle :

Propriété

La relation qui relie la distance sur la carte, la distance réelle et l'échelle est :

$$\text{Echelle} = \frac{\text{la distance sur la carte}}{\text{la distance réelle}}$$

Remarque

- À partir de cette relation, on peut déterminer l'une des 3 quantités si on connaît les 2 autres.
- L'échelle est toujours donnée sous forme d'une fraction qui a 1 comme numérateur.
- Il faut transformer toutes les unités en *cm* avant de commencer les calculs.

Tableau des transformations :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Application

1 Calculer la distance que représente un segment de longueur $5,5$cm sur une carte avec l'échelle $\frac{1}{200\,000}$.

2 Faire un plan d'une salle rectangulaire de dimensions 6m et 4m en utilisant l'échelle $\frac{1}{100}$.

3 La distance réelle entre Goulmima et Errachidia est 60km. Sachant que la distance entre ces 2 villes sur une carte géographique est 6cm. Quelle est l'échelle utilisée dans cette carte ?

Solution

1 Soit x la distance réelle.

On a :

$$1 \longrightarrow 200\,000$$

$$5.5 \longrightarrow x$$

On a : $x = \frac{5.5 \times 200\,000}{1} = \frac{1100000}{1} = 1100000\text{cm} = 1.1\text{km}$.

2 Soient x et y respectivement la longeur et la largeur sur la carte.

Les transformations :

6m=600cm et 4m=400cm.

On a :

$$1 \longrightarrow 100$$

$$x \longrightarrow 600$$

Donc : $x = \frac{600 \times 1}{100} = \frac{600}{100} = 6$ Donc la longueur sur la carte est 6cm.

D'autre part :

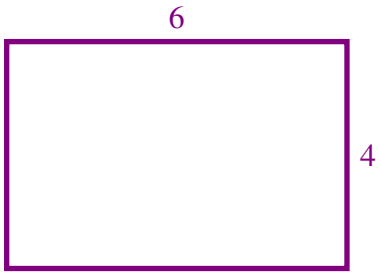
$$1 \longrightarrow 100$$

$$y \longrightarrow 400$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Donc : $y = \dfrac{400 \times 1}{100} = \dfrac{400}{100} = 4$ Donc la largeur sur la carte est 4cm.



3 Soit x le dénominateur de l'échelle.

Les transformation : 60km=6000000cm. On a :

$$1 \longrightarrow x$$

$$6 \longrightarrow 6000000$$

On a : $x = \dfrac{1 \times 6000000}{6} = \dfrac{6000000}{6} = 1000000$

Donc l'échelle utilisée est : $\dfrac{1}{1000000}$.

II Les équations, les inéquations et les systèmes :

1 les équations du second degré à une inconnue :

a Définition :

Définition

une équation du second degré est toute équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$ tels que a, b et c des nombres réels connus, avec $a \neq 0$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

L'équation	a	b	c
$x^2+2x-3=0$	1	2	-3
$4x^2-5x+1=0$	4	-5	1
$x^2-4x=0$	1	-4	0
$2x^2-1=0$	2	0	-1

b Méthode de résolution :

Pour résoudre une équation du second degré, on calcule d'abord le discriminant Δ défini par : $\Delta = b^2-4ac$.

On distingue 3 cas :

1. Si $\Delta > 0$: alors l'équation admet deux solutions qui sont : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
2. Si $\Delta = 0$: alors l'équation admet une seule solution qui est : $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$.
3. Si $\Delta < 0$: alors l'équation n'admet pas de solution et on écrit $S = \emptyset$.

• Exemple

1. Résolvons l'équation $x^2+2x-3=0$.

   On a : $a=1$; $b=2$; $c=-3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 2^2-4\times 1\times(-3)\\ &= 4+12\\ &= 16>0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet 2 solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{16}}{2\times 1} = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

D'où $S = \{-3;1\}$

2 Résolvons l'équation : $-x^2+2x-1=0$

On a : $a=-1$; $b=2$; $c=-1$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 2^2-4\times(-1)\times(-1)\\ &= 4-4\\ &= 0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet une seule solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\times(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

D'où $S = \{1\}$

3 Résolvons l'équation : $2x^2-x+3=0$.

On a : $a=2$; $b=-1$; $c=3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= (-1)^2-4\times2\times3\\ &= 1-24\\ &= -23<0\end{aligned}$$

Alors l'équation n'admet pas de solution.

D'où $S = \emptyset$

Application

Résoudre les équations suivantes :

1 $x^2+3x-2=0$ | **2** $x^2+5x+7=0$ | **3** $4x^2-8x+3=0$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Solution

1 Résolvons l'équation $x^2+3x-2=0$.

On a : $a=1$; $b=3$; $c=-2$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 3^2-4\times 1\times(-2)\\ &= 9+8\\ &= 17>0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet 2 solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-\sqrt{17}}{2\times 1}=\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+\sqrt{17}}{2\times 1}=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$$

D'où $S=\left\{\frac{-3-\sqrt{17}}{2};\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right\}$

2 Résolvons l'équation : $x^2+5x+7=0$.

On a : $a=1$; $b=5$; $c=7$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 5^2-4\times 1\times 7\\ &= 25-28\\ &= -3<0\end{aligned}$$

Alors l'équation n'admet pas de solution.

D'où $S=\emptyset$

3 Résolvons l'équation $4x^2-8x+3=0$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a : $a=4\,;\,b=-8\,;\,c=3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= (-8)^2-4\times4\times3\\ &= 64-48\\ &= 16>0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet 2 solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-8)-\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{8-4}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-8)+\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{8+4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

$S=\left\{\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right\}$

Remarque

1. La méthode qu'on a vue reste valable seulement pour les équations du second degré et pas pour les équations du premier degré.
2. Si $b=0$ ou $c=0$ on n'a pas besoin de calculer Δ, mais on utilise la factorisation ou la troisième identité remarquable lorsque c'est possible.

• Exemple

1. Résolvons l'équation $x^2+3x=0$

   $x^2+3x=0$ alors $x(x+3)=0$ alors $x=0$ ou $x+3=0$ alors $x=0$ ou $x=-3$ D'où $S=\{0;-3\}$

2. Résolvons l'équation : $x^2-4=0$

   $x^2-4=0$ alors $x^2-2^2=0$ alors $(x-2)(x+2)=0$ alors $x-2=0$ ou $x+2=0$ alors $x=2$ ou $x=-2$.

   D'où $S=\{-2;2\}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Factorisation du trinôme ax^2+bx+c :

la factorisation du trinôme ax^2+bx+c dépend du signe de Δ et des solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$. On peut résumer les 3 cas possibles dans le tableau suivant :

$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$	$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$	Factorisation impossible

• Exemple

Factoriser les trinômes suivants :

1 x^2+5x-6 | 2 x^2-4x+4 | 3 $3x^2-x+2$

Solution

1 Résolvons d'abord l'équation $x^2+5x-6=0$.

On a : $a=1\,;\,b=5\,;\,c=-6$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 5^2-4\times1\times(-6)\\ &= 25+24\\ &= 49>0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet 2 solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5-\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{-5-7}{2}=\frac{-12}{2}=-6$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5+\sqrt{49}}{2\times1}=\frac{-5+7}{2}=\frac{2}{2}=1$$

D'où $S=\{-6;1\}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Donc

$$x^2+5x-6 = 1(x-(-6))(x-1)$$
$$= (x+6)(x-1)$$

2 Résolvons d'abord l'équation : $x^2-4x+4=0$

On a : $a=1$; $b=-4$; $c=4$

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= 4^2-4\times 1\times 4$$
$$= 16-16$$
$$= 0$$

Alors l'équation admet une seule solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2\times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

D'où $S=\{2\}$

Donc

$$x^2-4x+4 = 1(x-4)^2$$
$$= (x-4)^2$$

3 Résolvons d'abord l'équation : $3x^2-x+2=0$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a : $a=2\,;\,b=-1\,;\,c=3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &=(-1)^2-4\times 3\times 2\\ &=1-24\\ &=-23<0\end{aligned}$$

Alors l'équation n'admet pas de solution.

D'où $S=\emptyset$

Donc la factorisation est impossible.

3 Les inéquations du second degré à une inconnue :

a Le tableau de signe d'un trinôme :

Pour déterminer le signe du trinôme ax^2+bx+c, on résout d'abord l'équation $ax^2+bx+c=0$ et on distingue 3 cas :

• Si $\Delta>0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	0	opposé du signe de a	0	Signe de a		

• Si $\Delta=0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	0	Signe de a		

• Si $\Delta<0$

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	Signe de a	

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

Voir le paragraphe suivant.

Remarque

Dans tous les cas, on a le signe de a sauf à l'intérieur des racines dans le cas où $\Delta > 0$.

b Les inéquations du second degré à une inconnue :

Définition

On appelle inéquation du second degré à une inconnue toute expression de la forme

$ax^2+bx+c \geq 0$ ou $ax^2+bx+c > 0$ ou $ax^2+bx+c \leq 0$ ou $ax^2+bx+c < 0$.

Méthode de résolution.

Pour résoudre une inéquation du second degré, on suit les étapes suivantes :

1. Résoudre l'équation $ax^2+bx+c=0$.
2. Tracer le tableau du signe du trinôme ax^2+bx+c.
3. En déduire les solutions de l'inéquation.

• Exemple

Résolvons les inéquations suivantes :

1 a $x^2+2x-3 \geq 0$.

b $x^2+2x-3 < 0$.

2 a $-x^2+2x-1 \geq 0$.

b $-x^2+2x-1 < 0$.

3 a $2x^2-x+3 > 0$.

b $2x^2-x+3 \leq 0$.

Solution

1 Résolvons d'abord l'équation $x^2+2x-3=0$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

On a : $a=1\,;\,b=2\,;\,c=-3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 2^2-4\times 1\times(-3)\\ &= 4+12\\ &= 16>0\end{aligned}$$

Alors l'équation admet 2 solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{16}}{2\times 1}=\frac{-2-4}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{16}}{2\times 1}=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1$$

D'où $S=\{-3;1\}$

Tableau de signe de x^2+2x-3 :

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
ax^2+bx+c		$+$	0	$-$	0	$+$	

a L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2+2x-3\geq 0$ est :

$S=]-\infty;-3]\cup[1;+\infty[$

b L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2+2x-3<0$ est : $S=]-3;1[$

2 Résolvons d'abord l'équation : $-x^2+2x-1=0$

On a : $a=-1\,;\,b=2\,;\,c=-1$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= 2^2-4\times(-1)\times(-1)\\ &= 4-4\\ &= 0\end{aligned}$$

Yasine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Alors l'équation admet une seule solution :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\times(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

D'où $S = \{1\}$

Tableau de signe de $-x^2+2x-1$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
ax^2+bx+c		$-$	0	$-$	

a L'ensemble des solutions de l'inéquation $-x^2+2x-1 \geq 0$ est : $S = \{1\}$

b L'ensemble des solutions de l'inéquation $-x^2+2x-1 < 0$ est : $S =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

3 Résolvons l'équation : $2x^2-x+3=0$.

On a : $a=2$; $b=-1$; $c=3$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ &= (-1)^2-4\times2\times3\\ &= 1-24\\ &= -23<0\end{aligned}$$

Alors l'équation n'admet pas de solution.

D'où $S = \emptyset$

Tableau de signe de $2x^2-x+3$

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	$+$	

a L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x^2-x+3>0$ est : $S =]-\infty;+\infty[$

b L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x^2-x+3 \leq 0$ est : $S = \emptyset$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

III Les systèmes de 2 équations du premier degré à 2 inconnues :

1 Résolution des systèmes :

a Définition :

On appelle système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues toute écriture de la forme $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$,

tels que a, b, c, a', b' et c' sont des nombres déterminés et x et y sont des inconnues.

b Méthode de résolution :

L'organigramme ci-dessous résume la méthode de résolution :

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb'-c'b$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = ac'-a'c$$

si $\Delta \neq 0$

Le système admet une seule solution $(x;y)$ telle que :

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \text{ et } y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

si $\Delta = 0$

si $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$

Le système admet une infinité solution

si $\Delta_x \neq 0$ et $\Delta_y \neq 0$

$S = \emptyset$

• Exemple

Résolvons les systèmes suivants :

1 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x-5y=7 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+2y=12 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} -x+3y=1 \\ -2x+6y=4 \end{cases}$

Solution

1 On a : $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 1\times(-5)-4\times 2 = -5-8 = -13$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} = 3\times(-5) - 7\times 2 = -15 - 14 = -29$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = 1\times 7 - 4\times 3 = 7 - 12 = -5$$

Puisque $\Delta \neq 0$ alors le système admet une seule solution $(x;y)$ telle que $x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta} = \dfrac{-29}{-13} = \dfrac{29}{13}$ et $y = \dfrac{\Delta_y}{\Delta} = \dfrac{-5}{-13} = \dfrac{5}{13}$

Donc $S = \left\{\left(\dfrac{29}{13};\dfrac{5}{13}\right)\right\}$

2 On a : $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1\times 2 - 2\times 1 = 2 - 2 = 0$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 12 & 2 \end{vmatrix} = 6\times 2 - 12\times 1 = 12 - 12 = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 1\times 12 - 2\times 6 = 12 - 12 = 0$$ Puisque $\Delta = 0$, $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$ alors le système admet une infinité de solutions.

3 On a : $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = -1\times 6 - 2\times 3 = -6 + 6 = 0$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 1\times 6 - 4\times 3 = 6 - 12 = -6$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = -1\times 4 - (-2)\times 1 = -4 + 2 = -2$$

Puisque $\Delta = 0$, $\Delta_x \neq 0$ et $\Delta_y \neq 0$ alors le système n'admet pas de solution, $S = \emptyset$.

2 Les systèmes et la résolution des problèmes :

Pour résoudre un problème donné, on suit les étapes suivantes :

- Lire attentivement le problème et le comprendre.
- Choisir les variables convenables.
- Formuler le système.
- Résoudre le système.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Vérifier les solutions.

• Exemple

Ahmed a acheté 13 lampes de deux types A et B avec un prix total de 510dh. Sachant qu'une ampoule de type A vaut 42dh et que celle de type B vaut 36dh, déterminer le nombre de chaque type de lampes.

Solution

Soit x le nombre de lampes de type A et y le nombre de lampes de type B.

Ahmed a acheté 13 lampes donc $x+y=13$.

Le prix total des lampes est 510dh, donc : $42x+36y=510$.

Le système devient $\begin{cases} x+y=13 \\ 42x+36y=510 \end{cases}$

Résolution du système

On a : $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 42 & 36 \end{vmatrix} = 1\times 36 - 42\times 1 = 36-42 = -6$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 13 & 1 \\ 510 & 36 \end{vmatrix} = 13\times 36 - 510\times 1 = 468-510 = -42$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 13 \\ 42 & 510 \end{vmatrix} = 1\times 510 - 42\times 13 = 510-546 = -36$

Puisque $\Delta \neq 0$ alors le système admet une seule solution $(x;y)$ telle que $x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta} = \dfrac{-42}{-6} = 7$ et $y = \dfrac{\Delta_y}{\Delta} = \dfrac{-36}{-6} = 6$

D'où $S = \{(7;6)\}$

D'où le nombre de lampes de type A est 7 et le nombre de lampes de type B est 6.

Vérification :

$$\begin{cases} 7+6=13 \\ 42\times 7+36\times 6 = 294+216 = 510 \end{cases}$$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today