ROYAUME DU MAROC

https://steinmath.com

Baccalauréat Sciences & Technologie

Session : Normal 2023

MATHÉMATIQUES

Yassine Elamri

Exercice 1 : (3 pts)

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, soient les points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$

0.25 **1 - a)** **Montrer que :** $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$

0.5 **b)** Déduire la surface du triangle ABC et la distance $d(B,(AC))$

2 - Soit D le milieu du segment $[AC]$

0.25 **a)** **Vérifier que** $\overrightarrow{D\Omega} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right)$

0.5 **b)** **Déduire que** $d(\Omega,(ABC)) = 3$

3 - Soit (S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$

0.5 **a)** **Déterminer le centre et le rayon de la sphère** (S)

0.5 **b)** **Montrer que le plan** (ABC) **est tangent à la sphère** (S) **en un point que l'on déterminera**

0.5 **4 - Déterminer une équation cartésienne pour chacun des plans** (Q_1) **et** (Q_2) **parallèles à** (ABC) **tels que chacun d'eux coupe** (S) **suivant un cercle de rayon** $\sqrt{5}$

Exercice 2 : (3 pts)

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soient les points $A(a = \sqrt{2} + i\sqrt{2})$, $B(b = 1 + \sqrt{2} + i)$, $C(c = \bar{b})$ et $D(d = 2i)$

0.25 **1 - Écrivons le nombre complexe** a **sous forme trigonométrique**

0.25 **2 - a)** **Vérifier que** $b - d = c$

Today better han yesterday omorrow better t

0.25 **3 - a) Vérifier que** $ac = 2b$

0.5 **b) Déduire que** $2arg(b) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

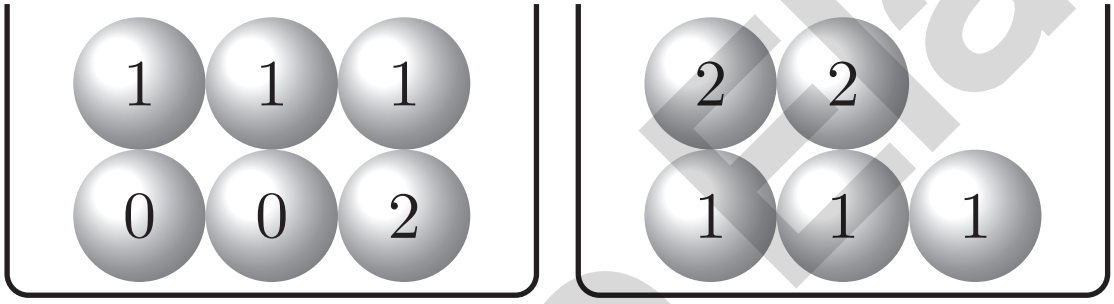
4 - Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'

0.25 **a) Montrer que** $z' = \frac{1}{2}az$

0.5 **b) Déduire que** $R(C) = B$ **et que** $R(A) = D$

0.5 **c)** Montrer que $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis Déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right)$

Exercice 3 : (3 pts)



L'urne U_1 L'urne U_2

On considère l'expérience aléatoire suivante :

" On tire une boule de l'urne U_1, et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met dans l'urne U_2, ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle porte "

On considère les événements suivants :

A : " La boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1 "

B : " Le produit ab est égal à 2 "

0.5 **1 - a) Calculer** $p(A)$

0.5 **b) Montrer que** $p(B) = \frac{1}{4}$ **(*On peut utiliser l'arbre des possibilités*)**

0.75 **2 - Calculer** $p(A/B)$

3 - Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le produit ab

0.25 **a) Montrer que** $p(X = 0) = \frac{1}{3}$

0.5 **b) Donner la loi de probabilité de** X

Yassine Ghamri

Todahttps://steinmath.com erday, tomorrow better than today

c) On considère les événements

M : "Le produit ab est pair non nul" et N : "le produit ab est égal à 1"

0.5 **Montrer que les événements M et N sont équiprobables**

Exercice 4 : (11 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2 - \frac{2}{x} + (1 - \ln x)^2$

Et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$(unité : 1 cm)

0.25 **1 - a) Vérifier que** : $\forall x \in]0;+\infty[: f(x) = \frac{3x - 2 - 2x\ln x + x(\ln x)^2}{x}$

0.5 **b)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x(\ln x)^2 = 0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (On peut poser : $t = \sqrt{x}$)

0.5 **c)** Déduire que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat

0.75 **d)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis trouver la branche parabolique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage

$x \ln x)$

f' de f sur $]0;+\infty[$

4.9	$+\infty$
$\beta)$ ↘	
	0

dressons le tableau de variations

$+\infty[$

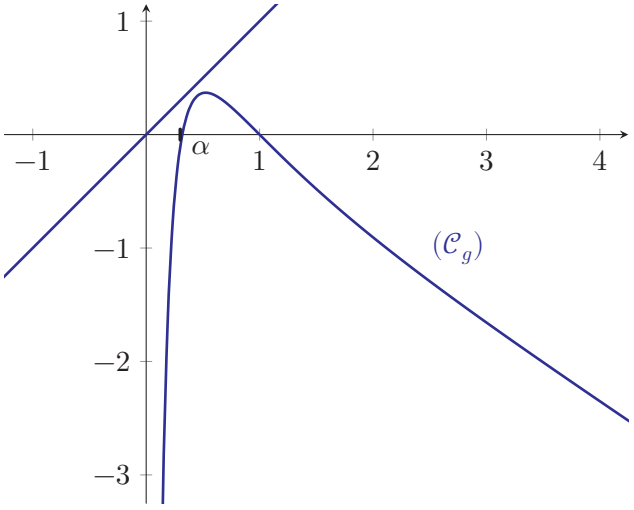
isses de ses det nts

nction $g : x \mapsto f(x$ et

x

https://steinmath.com

Today better than yesterday, tomorrow better than



a) **Déterminer le signe de la fonction g sur $]0;+\infty[$**

0.5 b) **Déduire la position relative de la droite (Δ) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ sur les intervalles $[\alpha;1]$, $]0;\alpha]$ et $[1;+\infty[$**

1.5 **5 - Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) dans le repère $\left(\mathbf{O},\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$**

(On prend : $\alpha \simeq 0.3$; $\beta \simeq 4.9$ et $f(\beta) \simeq 1.9$)

0.5 **6 - a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha;1]$**

1 b) **En utilisant une intégration par parties, montrer que :**

$$\int_{\alpha}^{1} (1-\ln x)^2 \mathrm{d}x = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln\alpha)\ln\alpha$$

0.75 c) **Déduire, en fonction de α, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\alpha$ et $x=1$**

7 - Soit la suite numérique $(\mathcal{U}_n)$ définie par $\mathcal{U}_0 \in]\alpha;1[$ et la relation $\mathcal{U}_{n+1} = f(\mathcal{U}_n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

0.5 a) **Montrer, par récurrence, que $\alpha < \mathcal{U}_n < 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$**

0.5 b) Montrer que la suite $(\mathcal{U}_n)$ est croissante (on peut utiliser la question $4-b$))

FIN

Yassine Elamri