I Nombre rationnel

Activité

Le nombre	un entier relatif	un décimal relatif	un enier naturel
$\frac{1}{4}$			
-4			
-5.3			
$\frac{12}{4}$			

Activité

1 Convertir en nombres décimaux les nombres suivants :

$\frac{-2}{3}$;; $\frac{13}{9}$;; $\frac{4}{3}$;; $\frac{7}{4}$;; $\frac{-15}{2}$

2 Par exemple, on écrit : $3 \times 5 = 15$ veut dire : $3 = 15 \div 5$ et $5 = 15 \div 3$

a Remplir les pointilles par ce qui convient :

$4 \times \cdots\cdots = 12$;; $(-5) \times \cdots\cdots = 130$;; $8 \times \cdots\cdots = (-16)$;; $\cdots\cdots \times (-3) = (-2$

b Écrire les nombres trouvés, à la place des pointilles, sous forme de quotient comme indiqué dans l'exemple

Définition

Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre entier relatif a par un nombre entier relatif **non nul** b et on le note : $\frac{a}{b}$

★ a : est appelé le numérateur

★ b : est appelé le dénominateur

EXEMPLES

Les nombres : $\frac{1}{2}, \frac{-4}{3}, \frac{-11}{-3}, \frac{9}{-5}$, sont des nombres rationnels :

Yasine Elamri

① Tout nombre décimal relatif, est un nombre rationnel
Par exemple : $25 = \frac{25}{1}$, $0.12 = \frac{12}{100}$, $-3.42 = \frac{-342}{100}$

② On peut écrire le nombre rationnel sous la forme : $\frac{-2.5}{3}$, $\frac{1}{-0.5}$, $\frac{-3.7}{-2.42}$
car : $\frac{-2.5}{3} = \frac{-25}{30}$, $\frac{1}{-0.5} = \frac{10}{-5}$ et $\frac{-3.7}{-2.42} = \frac{-370}{-242}$

③ Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, alors : $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$ et $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

1 Le signe d'un nombre rationnel

Activité

En utilisant la division euclidienne, calculer les quotient : $\frac{3}{4}$ et $\frac{-15}{2}$, après déduire leurs signe

Règle

☆ Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est positif, si a et b sont de même signe

☆ Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est négatif, si a et b sont de signes différents

EXEMPLES

☆ $\frac{7}{5}$ et $\frac{-31}{-12}$ sont des nombres rationnels positifs

☆ $\frac{-15}{17}$ et $\frac{11}{-2}$ sont des nombres rationnels négatifs

Application

1 Écrire les nombres suivants sous forme de fraction : 2.73, −3.6, 54, 7.211, −30.1

2 Déterminer le signe des nombres rationnels suivants : $\frac{9}{17}$, $\frac{-1}{216}$, $\frac{3}{128}$, $\frac{-2}{-24}$, $\frac{1}{-12}$, $\frac{-15}{36}$

Solution

1
- $2.73 = \frac{273}{100}$
- $-3.6 = \frac{-36}{10}$
- $54 = \frac{54}{1}$
- $7.211 = \frac{7211}{1000}$
- $-30.1 = \frac{-301}{10}$

2
- Les nombres rationnels positifs sont : $\frac{9}{17}$, $\frac{3}{128}$, $\frac{-2}{-24}$
- Les nombres rationnels négatifs sont : $\frac{-1}{216}$, $\frac{1}{-12}$, $\frac{-15}{36}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

2 Le nombre rationnel et l'équation

Règle

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est la solution de l'équation $bx = a$

tel que a et b sont deux nombres entiers relatifs et b non nul

EXEMPLES

✯ La solution de l'équation $-2x = 5$ est le nombre rationnel : $\frac{5}{-2}$

✯ La solution de l'équation $3x = -11$ est le nombre rationnel : $\frac{-11}{3}$

✯ La solution de l'équation $-4x = -7$ est le nombre rationnel : $\frac{-7}{-4}$

II Égalité de deux nombres rationnels

1 Activités

Activité

Compléter en utilisant l'un des symboles $=$ ou $\neq$

$27.72 \cdots\cdots 72.27$;; $-(-73) \cdots\cdots (-73)$;; $55.312 \cdots\cdots 55.321$

Activité

1 Convertir en nombres décimaux les nombres suivants :

$\frac{-3}{4}$;; $\frac{6}{-8}$;; $\frac{9}{20}$;; $\frac{3}{7}$

2 Compléter en utilisant l'un des symboles $=$ ou $\neq$

➳ $\frac{-3}{4} \cdots\cdots \frac{6}{-8}$ ➳ $\frac{9}{20} \cdots\cdots \frac{3}{7}$

3 Compléter en utilisant l'un des symboles $=$ ou $\neq$

➳ $30 \times 15 \cdots\cdots (-10) \times (-5)$ ➳ $4 \times 5 \cdots\cdots (-7) \times (-3)$

4 Qu'est ce que vous remarquez ?

5 Compléter en utilisant $=$ ou $\neq$

$\frac{8}{9} \cdots\cdots \frac{8 \times (-3)}{9 \times (-3)}$;; $\frac{3}{7} \cdots\cdots \frac{3 \times 2}{7 \times 2}$;; $\frac{6}{18} \cdots\cdots \frac{6 \div 2}{18 \div 2}$;; $\frac{24}{9} \cdots\cdots \frac{24 \div 3}{9 \div 3}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

Règle

Soiet $\frac{a}{b}$ et $\frac{x}{y}$ deux nombres rationnels

$\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$ signifie que $a\times y=b\times x$

EXEMPLES

1 Comparons les nombres : $\frac{18}{8}$ et $\frac{9}{4}$

On a $\begin{cases}18\times 4=72\\8\times 9=72\end{cases}$ d'ou $\frac{18}{8}=\frac{9}{4}$

2 Comparons les nombres : $\frac{-7}{5}$ et $\frac{3}{-11}$

On a $\begin{cases}(-7)\times(-11)\neq 77\\3\times 5=15\end{cases}$ d'ou $\frac{18}{8}\neq\frac{9}{4}$

2 Réduction d'un nombre rationnel

Propriété

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel et k un nombre entier relatif non nul

Alors : $\frac{a\times k}{b\times k}=\frac{a}{b}$

Et $\frac{a\div k}{b\div k}=\frac{a}{b}$

La forme trouvée finalement s'appelle la forme irréductible

EXEMPLES

★ $\frac{12}{18}=\frac{\cancel{6}\times 2}{\cancel{6}\times 3}=\frac{2}{3}$

★ $\frac{-15}{25}=\frac{\cancel{-5}\times 3}{\cancel{-5}\times 5}=\frac{-3}{5}$

★ $\frac{12}{-24}=\frac{\cancel{12}\times 1}{-\cancel{12}\times 2}=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$

Rendons les nombres suivants irréductibles

★ $\frac{21\times 6\times 11}{7\times 22\times 3}=\frac{\cancel{7}\times\cancel{3}\times 3\times\cancel{2}\times\cancel{11}}{\cancel{7}\times\cancel{11}\times\cancel{2}\times\cancel{3}}=\frac{3}{1}=3$

★ $\frac{-30\times 25\times 2}{15\times 5\times 6}=\frac{\cancel{15}\times(-2)\times\cancel{5}\times 5\times\cancel{2}}{\cancel{15}\times\cancel{5}\times 3\times\cancel{2}}=\frac{-10}{3}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

III Réduction au même dénominateur

Définition

Pour réduire deux nombres rationnels au même dénominateur, on cherche le plus petit multiple commun de leurs dénominateurs

EXEMPLES

✿ **Cas ❶ :**

Si l'un des deux dénominateurs est multiple de l'autre, donc le plus grand des deux dénominateurs sera choisi comme dénominateur commun

Par exemple : $\frac{11}{25}$ et $\frac{3}{5}$

On a 25 est un multiple de 5, donc 25 est le dénominateur commun

$\frac{3}{5}=\frac{3\times5}{5\times5}=\frac{15}{25}$ et $\frac{11}{25}$

✿ **Cas ❷ :**

Si aucun des deux dénominateurs n'est pas multiple de l'autre, mais les deux ont un ou plusieurs diviseurs communs autre que 1

Par exemple : $\frac{-5}{12}$ et $\frac{7}{8}$

$\frac{-5}{12}=\frac{(-5)\times2}{12\times2}=\frac{-10}{24}$

$\frac{7}{8}=\frac{7\times3}{8\times3}=\frac{21}{24}$

✿ **Cas ❸ :**

Si les deux dénominateurs n'ont aucun diviseurs communs autre que 1

Par exemple : $\frac{3}{6}$ et $\frac{5}{11}$

Le dénominateur commun est 6×11

$\frac{3}{6}=\frac{3\times11}{6\times11}=\frac{33}{66}$

$\frac{5}{11}=\frac{5\times6}{11\times6}=\frac{30}{66}$

⚠ Avant de réduire des nombres rationnels au même dénominateur, il faut, d'abord, les rendre irréductibles lorsque c'est possible

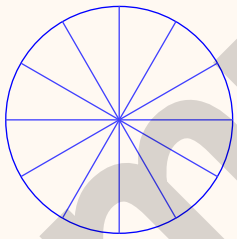
Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

IV Comparaison de deux nombres rationnels

Activité

La figure ci-contre représente un gâteau partagé en douze (12) morceaux égaux



1. Colorier en jaune une surface représentant $\frac{7}{12}$ du gâteau
2. A l'aide de la figure, ranger dans l'ordre croissant les fractuions suivantes : $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{12}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{1}{12}$
3. A l'aide de la figure, comparer $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{12}$

Propriété

★ Le plus grand parmi deux nombres rationnels positifs est celui qui est le plus loin de zéro
★ Le plus grand parmi deux nombres rationnels négatifs est celui qui est le plus proche de zéro
★ Tout nombre rationnel positif est plus grand que tout nombre rationnel négatif

Exemples

★ $\frac{5}{7}$ et $\frac{11}{7}$

On a $5 < 11$ donc $\frac{5}{7} < \frac{11}{7}$

★ $\frac{4}{9}$ et $\frac{4}{3}$

On a $9 > 3$ donc $\frac{4}{9} < \frac{4}{3}$

★ $\frac{-1}{6}$ et $\frac{6}{13}$

On a $\frac{-1}{6} < 0$ et $\frac{6}{13} > 0$ donc $\frac{-1}{6} < \frac{6}{13}$

★ $\frac{-5}{4}$ et $\frac{-7}{3}$

On a $\frac{-5}{4} = \frac{(-5)\times 3}{4\times 3} = \frac{-15}{12}$ et $\frac{-7}{3} = \frac{(-7)\times 4}{3\times 4} = \frac{-28}{12}$

Or $-15 > -28$ donc $\frac{-15}{12} > \frac{-28}{12}$

Alors $\frac{-5}{4} > \frac{-7}{3}$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today