Chapitre

I Les opérations dans l'ensemble des nombres reèls

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls . On a :

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$
- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
- $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$
- $\frac{a}{b}=c$ équivalent à $a=bc$
- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ équivalent à $ad=bc$

• Exemple

Calculer :

1. $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$
2. $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$
3. $\frac{7}{5}\times\frac{2}{3}$
4. $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{2}}$

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a :

- $a(b+c)=ab+ac$
- $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
- $-(a+b-c)=-a-b+c$

• Exemple

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

1. $A=5(x+3)$
2. $B=-3\left(x^2+2x-1\right)$
3. $C=(2x-3)(4x+2)$
4. $D=(2-x)(4+2x)$

Yassine Elamri

II Identités remarquables

Propriété

Soient a et b deux nombres réels. On a :

- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

• Exemple

Calculer :

1. $(2x+1)^2$
2. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
3. $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$

Remarque

Soient a et b deux nombres réels. On a :

$$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

• Exemple

Factoriser les expressions suivantes .

1. $A = (x+4)^2 + (x+4)(x+3)$
2. $B = x^2 - 9 + (x-3)(2x+1)$
3. $C = x^3 - 1000$
4. $D = x^3 - 8 + 4(x-2)$

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

III Les puissances - écriture scientifiques

Propriété

Soient a et b deux nombres réels non nuls .
et soient. m et n deux nombres entiers relatifs non nuls. On a :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$
- $a^0 = 1$
- $(a^n)^p = a^{np}$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

• Exemple

Simplifier les nombres suivants :

1. $A = 2^{-5} \times 3^{-3} \times 2^{10} \times 3^{-3}$
2. $B = \dfrac{4 \times \left(10^{-2}\right)^3 \times 10}{10^{-5} \times 16}$
3. $C = x^7 \times x^4$
4. $D = \dfrac{x^4 \left(x^2 \times y^3\right)^2}{x^7 \times y^4}$

Remarque

Soit n un entier naturel. On a :

- $10^n = 100\ldots00$ n Zéros.
- $10^{-n} = \mathbf{0,00\ldots01}$ n Zéros.

• Exemple

1. 10^3
2. 10^{-3}
3. 10^2
4. 10^{-2}
5. $0,012 \times 10^{-3}$
6. 6500×10^5
7. $5,03 \times 10^{-4}$
8. $-34,56 \times 10^{-2}$

Définition

Soit a un nombre décimal non nul.
L'écriture $x = a.10^n$ dont et $1 \leq a < 10$ ou $-10 < a \leq -1$ est appelée l'écriture scientifique .

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

• Exemple

Ecrire les nombres suivants en écriture scientifique :

1. $251,3$
2. $0,095$
3. $27,31 \times 10^{3}$
4. 150×10^{-3}
5. $-5248,3$
6. $-872,731 \times 10^{-4}$
7. 7879.03×10^{7}
8. $0,012 \times 10^{-3}$
9. 6500×10^{5}
10. $5,03 \times 10^{-4}$
11. $-34,56 \times 10^{-2}$

IV Les racines carrées

Propriété

Soient a et b deux nombres positifs. On a :

- $\sqrt{a}^2 = a$
- $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (b \neq 0)$

• Exemple

Calculer :

1. $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$
2. $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$
3. $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$
4. $\sqrt{(0.4)^2}$
5. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
6. $\sqrt{\frac{81}{10}} \times \sqrt{\frac{40}{9}}$

V Les ensembles

Définition

- On note l'ensemble des entiers naturels par $\mathbb{N}$: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\ldots\}$.
- On note l'ensemble des entiers naturels non nuls par $\mathbb{N}$: $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,\ldots\}$.
- On note l'ensemble des entiers relatifs par $\mathbb{Z}$: $\mathbb{Z} = \{\ldots,-2,1,0,1,2,\ldots\}$.
- On note l'ensemble des nombres décimaux par ID : $ID = \{a.10^n / a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{Z}\}$.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

✠ On note l'ensemble des nombres rationnels par $\mathbb{Q}$: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in IN^*\right\}$.

✠ On note l'ensemble des nombres réels par IR .C'est l'ensembles des nombres rationnels et irrationnels.

Propriété

✓ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Le symbole ' $\subset$ 'se lit inclus.

• Exemple

Compléter à l'aide de l'un des symboles suivants : $\in$ *Ou* $\notin$.

1. $10 \ldots \mathbb{N}$
2. $-6 \ldots IN$
3. $\frac{2}{3} \ldots \mathbb{R}$
4. $14 \ldots \mathbb{Z}$
5. $1,33 \ldots ID$
6. $3,5 \ldots \mathbb{Z}$
7. $\frac{\sqrt{2}}{3} \ldots \mathbb{Q}$
8. $0 \ldots \mathbb{R}*$
9. $\sqrt{49} \ldots \mathbb{N}$
10. $\frac{1}{3} \ldots \mathbb{D}$

VI Proportionnalité

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls.

On dit que a et b sont proportionnels avec c et d s'il existe un réel k, appelé le coefficient de proportionnalité, tel que : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$.

• Exemple

Léchelle sur la carte est 1/50000, on mesure la distance sur la carte entre deux points A et B, elle est 15 cm.

Cherchons la distance réelle en kilomètres qui sépare A et B.

Soit y la distance réelle entre A et B.

Distance réelle (cm)	50000	y
Distance sur la carte (cm)	1	15

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

D'après le tableau de proportionnalité
on a : $1 \times y = 50000 \times 15$

Donc : $y = 750000$.

Or 750000 cm font $7,5$ km.

La distance réelle entre A et B est donc de $7,5$ km.

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls. On a :

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivalent à $ad = bc$.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivalent à $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivalent à $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{an+mc}{bn+md}$ avec n, m des nombres réels tels que : $bn + md \neq 0$

• Exemple

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{5 \times 3 + 10 \times 4}{2 \times 3 + 4 \times 4} = \frac{55}{22}$$

• Exemple

Un robinet d'un lavabo fuit. Il s'écoule 2,5 litres chaque heure.

1) Au bout de combien de temps (en min) se sera-t-il écoulé 1,5 litres ?
2) Quel volume d'eau (enL) se sera-t-il écoulé au bout de 35 min ?

• Exemple

Les questions de cet exercice sont indépendantes :
1) Une classe est composée de 28 élèves parmi lesquels on compte 16 filles.

Déterminer à quel pourcentage des élèves de la classe correspond aux filles.

2) 45% des moutons d'un troupeau sont blancs. Le troupeau comporte exactement 72 moutons blancs.

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today

De combien de moutons est composé le troupeau ?

3) L'effectif du club de football était 340 et il a augmenté de 15%.

Quel est le nouvel effectif ?

4) Un commerçant diminue ses prix de 8%.

Un écran LCD coûte, avant réduction, 5400DH. Combien coûtait-t-il après ?

Yassine Elamri

Today better than yesterday, tomorrow better than today